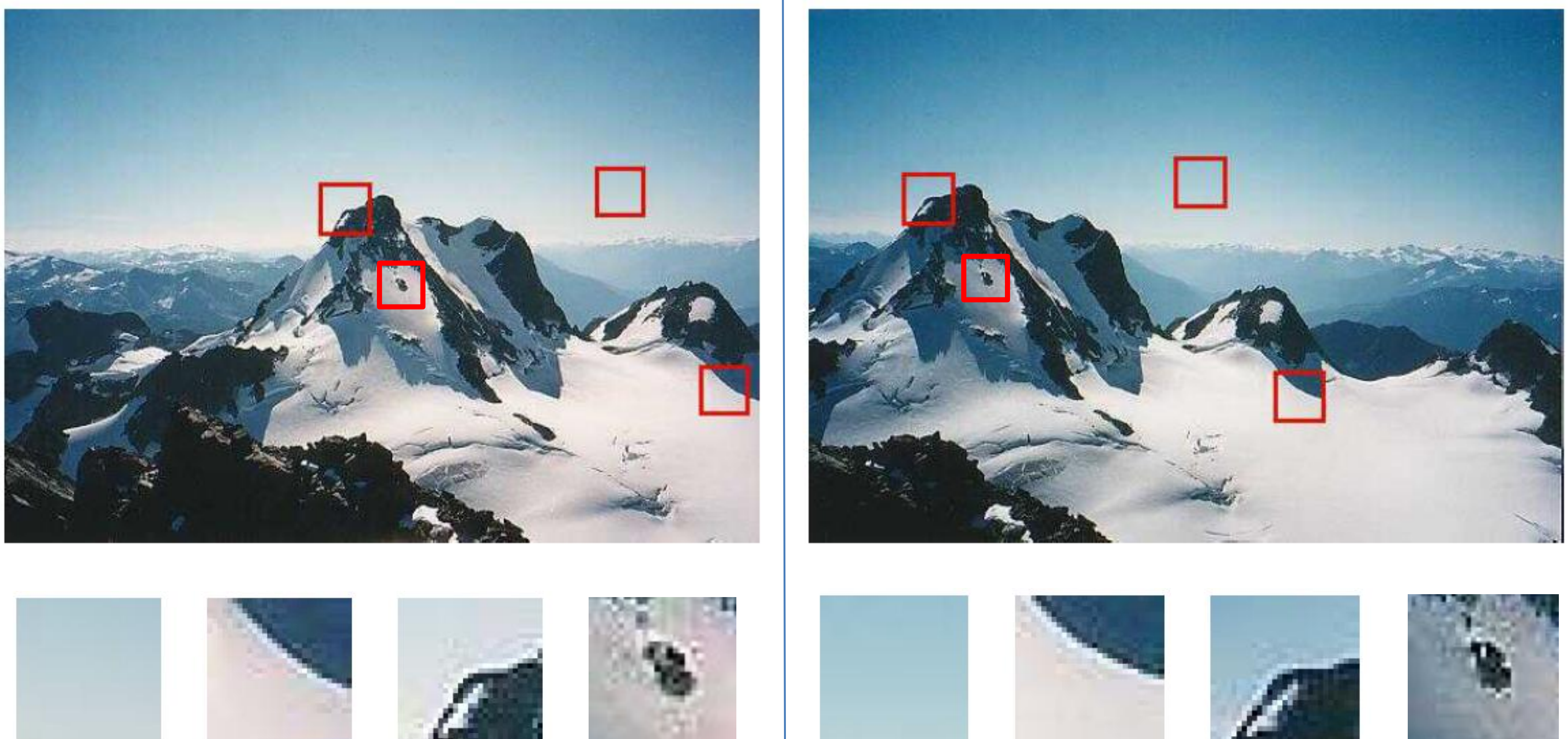
第四章：图像表达-关键点检测

授课老师：李厚强，胡洋，**周文罡**，李礼

图像表达-关键点检测：动机

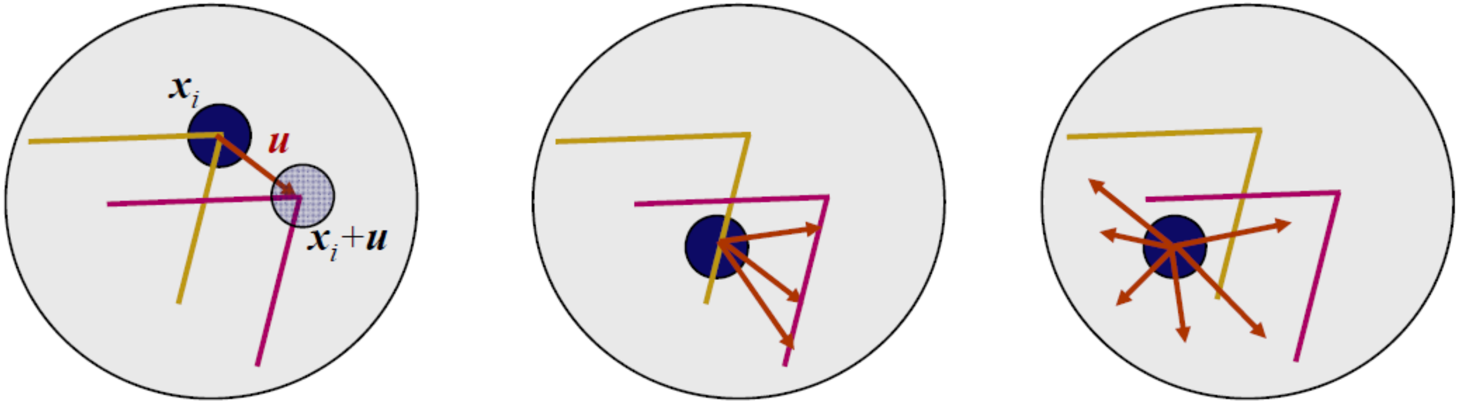
- 如何在两幅相关的图像构建局部的关联关系？
  - 目标：在图像之间建立明确的、无二义性的匹配
    - ✓ 如何定义这种“与众不同”？



平滑区域 (✕) 边缘 (✕) 角点 (√) 块(blob) (√)

关键点检测：分析

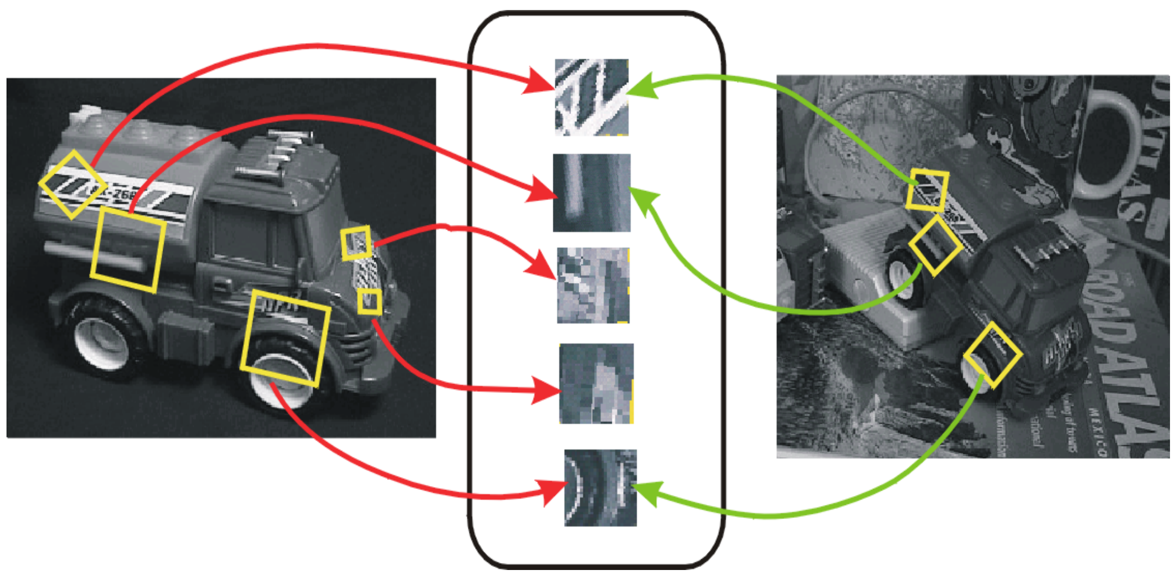
- 孔径(aperture)问题
  - 左(a)：图像块(patch)有两个显著的梯度方向，容易关联
    - ✓ 角点(corner)，块(blob)
  - 中(b)：直线上的图像块(patch)只能沿垂直于边缘的方向对齐
  - 右(c)：无纹理(textureless)的图像块几乎无法对齐关联



(a) (b) (c)

关键点检测

- 关键点的描述：位置和对应局部区域的尺寸
  - Key point, interest point
- 关键点的不变性（invariance）
  - 以不变应万变：图像在像素空间发生了亮度变换或几何变换，但是在特征空间没有变化，或变化很小
  - 常见的不变性
    - ✓ 颜色不变性：亮度不变性，
    - ✓ 几何不变性：平移不变性，旋转不变性，尺度（缩放）不变性



关键点检测

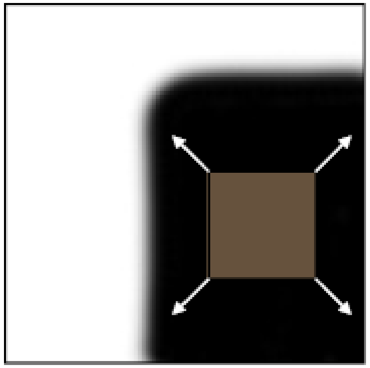
- 关键点的基本性质
  - 可重复性 （Repeatability）
    - ✓ 对每副图像，局部关键点检测独立进行，类似“管中窥豹”
    - ✓ 图像经过变换后，对应的局部特征仍然存在
  - 紧凑性和高效性 （Compactness and efficiency）
    - ✓ 特征数目远少于图像像素数
  - 局部性（Locality）
    - ✓ 每个特征对应着一个相对较小的图像区域;
    - ✓ 对于混乱背景和遮挡具有鲁棒性

图像表达-关键点检测

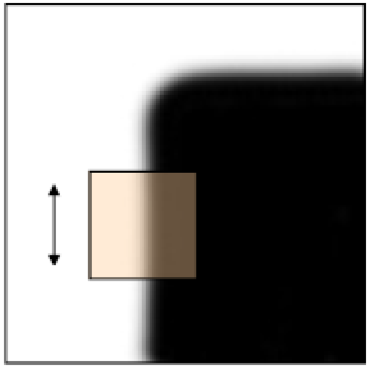
- 角点检测 (Corner Detection)
  - **Harris检测子**
  - FAST检测子
- 块检测 (Blob Detection)
  - Laplacian-of-Gaussian (LoG) 检测子
  - Difference-of-Gaussian (DoG)检测子
  - SURF检测子
  - MSER检测子

关键点检测：角点

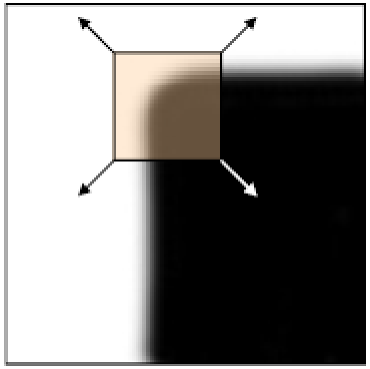
- □ 通过查看一个小窗口，即可简单的识别角点
  - ■ “管中窥豹”
- □ 在角点上，向任何一个方向移动窗口，都会产生灰度的较大变化



“平坦”区域：任意方向灰度均无变化



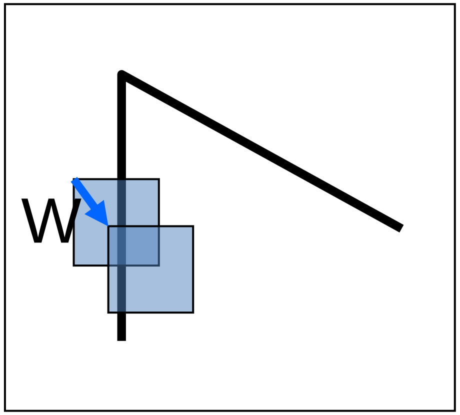
“边缘”：沿边缘方向，灰度无变化



“角点”：所有方向上，灰度均有较大变化

Harris 角点检测

- 考虑一个滑窗W，平移量为(u, v)
  - 滑动前后，滑窗W 中的像素灰度如何变化？
  - 比较滑窗内对应像素灰度，计算平方差之和



$$E(u,v) = \sum_{(x,y)\in W} [I(x+u, y+v) - I(x,y)]^2$$

  - 对I关于x、y 做泰勒展开：

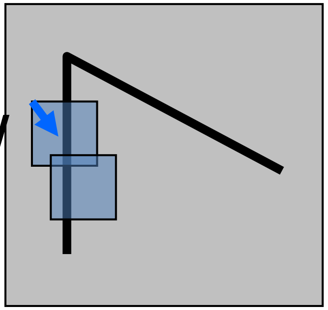
$$I(x+u, y+v) = I(x,y) + \frac{\partial I}{\partial x}u + \frac{\partial I}{\partial y}v + \text{higher order terms}$$

  - 如果滑窗平移量(u, v)足够小，则可去掉高阶项：

$$\begin{aligned} I(x+u, y+v) &\approx I(x,y) + \frac{\partial I}{\partial x}u + \frac{\partial I}{\partial y}v \\ &\approx I(x,y) + [I_x \ \ I_y]\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Harris 角点检测

$$E(u,v)=\sum_{(x,y)\in W}[I(x+u,y+v)-I(x,y)]^2$$

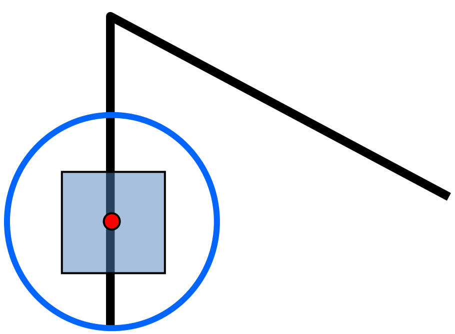


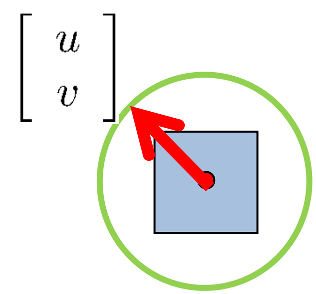
$$I(x+u,y+v)\approx I(x,y)+[I_x\ \ I_y]\left[\begin{array}{c}u\\v\end{array}\right]$$

$$\begin{aligned}E(u,v) &= \sum_{(x,y)\in W}[I(x+u,y+v)-I(x,y)]^2\\ &\approx \sum_{(x,y)\in W}\left[I(x,y)+[I_x\ \ I_y]\left[\begin{array}{c}u\\v\end{array}\right]-I(x,y)\right]^2\\ &\approx \sum_{(x,y)\in W}\left[[I_x\ \ I_y]\left[\begin{array}{c}u\\v\end{array}\right]\right]^2\end{aligned}$$

Harris 角点检测

- 上式可重写为：
- $E(u,v)=[u \quad v]\boxed{\sum_{(x,y)\in W}\begin{bmatrix} {I_x}^2 & I_xI_y \\ I_yI_x & {I_y}^2 \end{bmatrix}}\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}=[u \quad v]\mathbf{M}\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$





- 对于上方的例子
  - 可以将蓝色滑窗的中心移到移到绿色单位圆上的任意位置
  - 朝那个方向$[u \quad v]$移动，会得到最大和最小的E 值呢？
    - ✓ 可通过对矩阵$\mathbf{M}$ 的特征向量，得到这两个方向

回顾：特征向量、特征值

- 对于矩阵A，其特征向量为$\boldsymbol{x}$,当其满足：

$$\mathbf{A}\boldsymbol{x} = \lambda\boldsymbol{x}$$

  - 标量λ为特征向量$\boldsymbol{x}$所对应的特征值
- 特征值可通解如下方程得到：$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = \mathbf{0}$
- 在上页PPT上，$\mathbf{A} = \mathbf{M}$是一个2×2 的矩阵，因此可得

$$\det\begin{pmatrix} m_{11} - \lambda & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

  - 其解为：

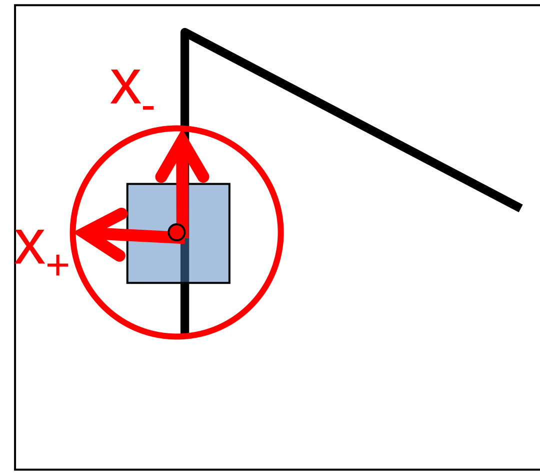
$$\lambda_{\pm} = \frac{1}{2}\left[(m_{11} + m_{22}) \pm \sqrt{4m_{12}m_{21} + (m_{11} - m_{22})^2}\right]$$

- 一旦得到特征值λ，可以通过解如下方程得到特征向量$\boldsymbol{x}$

$$\begin{bmatrix} m_{11} - \lambda & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} - \lambda \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 0$$

Harris 角点检测

$$E(u,v) = [u\ v] \underbrace{\sum_{(x,y)\in W} \begin{bmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_y I_x & I_y^2 \end{bmatrix}}_{M} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$



☐ 矩阵M 的特征值和特征向量

- Define shifts with the largest and smallest change (E value)
- x_+ = direction of largest increase in E.
- λ_+ = amount of increase in direction x_+

$$\boxed{Mx_+ = \lambda_+ x_+}$$

- x_- = direction of smallest increase in E.
- λ_- = amount of increase in direction x_+

$$\boxed{Mx_- = \lambda_- x_-}$$

Harris 角点检测

□ 滑窗中的灰度变化：特征值分析

- λmin, λmax ：对称矩阵**M**的特征值
- 如果尝试所有可能的平移方向向量**n**，那么产生最大灰度变化值 $E(\mathbf{n})$为λmax

$$E(u,v) \cong [u,v] \; M \; \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

$M\mathbf{x}_{\max} = \lambda_{\max}\mathbf{x}_{\max}$; $M\mathbf{x}_{\min} = \lambda_{\min}\mathbf{x}_{\min}$; $\mathbf{x}_{\max}{}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_{\min}=0$

定义 $\mathbf{n} = [u, v]^{\mathrm{T}} = a\mathbf{x}_{max} + b\mathbf{x}_{min}$, with $a^2+b^2 = 1$

于是, $E(\mathbf{n}) = \mathbf{n}^{\mathrm{T}}\mathrm{M}\mathbf{n}$

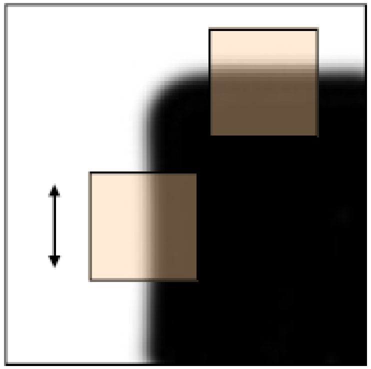
$$= (a\mathbf{x}_{\max} + b\mathbf{x}_{\min})^{\mathrm{T}}\mathrm{M}(a\mathbf{x}_{\max} + b\mathbf{x}_{\min})$$
$$= (a\mathbf{x}_{\max} + b\mathbf{x}_{\min})^{\mathrm{T}}(\mathrm{a}\lambda_{\max}\mathbf{x}_{\max}+\mathrm{b}\lambda_{\min}\mathbf{x}_{\min})$$
$$= a^2\lambda_{\max}+b^2\lambda_{\min}$$
$$= a^2\lambda_{\max}+(1-a^2)\lambda_{\min}$$

因此, $E_{\max} = \lambda_{\max}$, with $a = 1$ and $\mathbf{n} = [u, v]^{\mathrm{T}} = \mathbf{x}_{\max}$;

$E_{\min} = \lambda_{\min}$, with $a = 0$ and $\mathbf{n} = [u, v]^{\mathrm{T}} = \mathbf{x}_{min}$.

角点响应函数

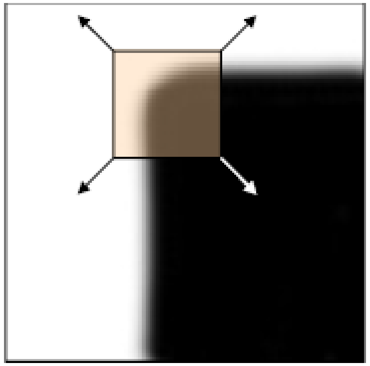
- □ 定性分析矩阵对称矩阵M的特征值



边缘:

$\lambda_1 >> \lambda_2$

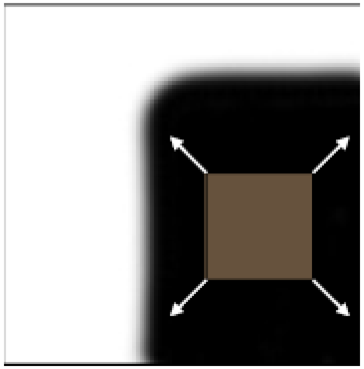
$\lambda_2 >> \lambda_1$



角点:

λ_1 和 λ_2 均较大,

$\lambda_1 \sim \lambda_2$;

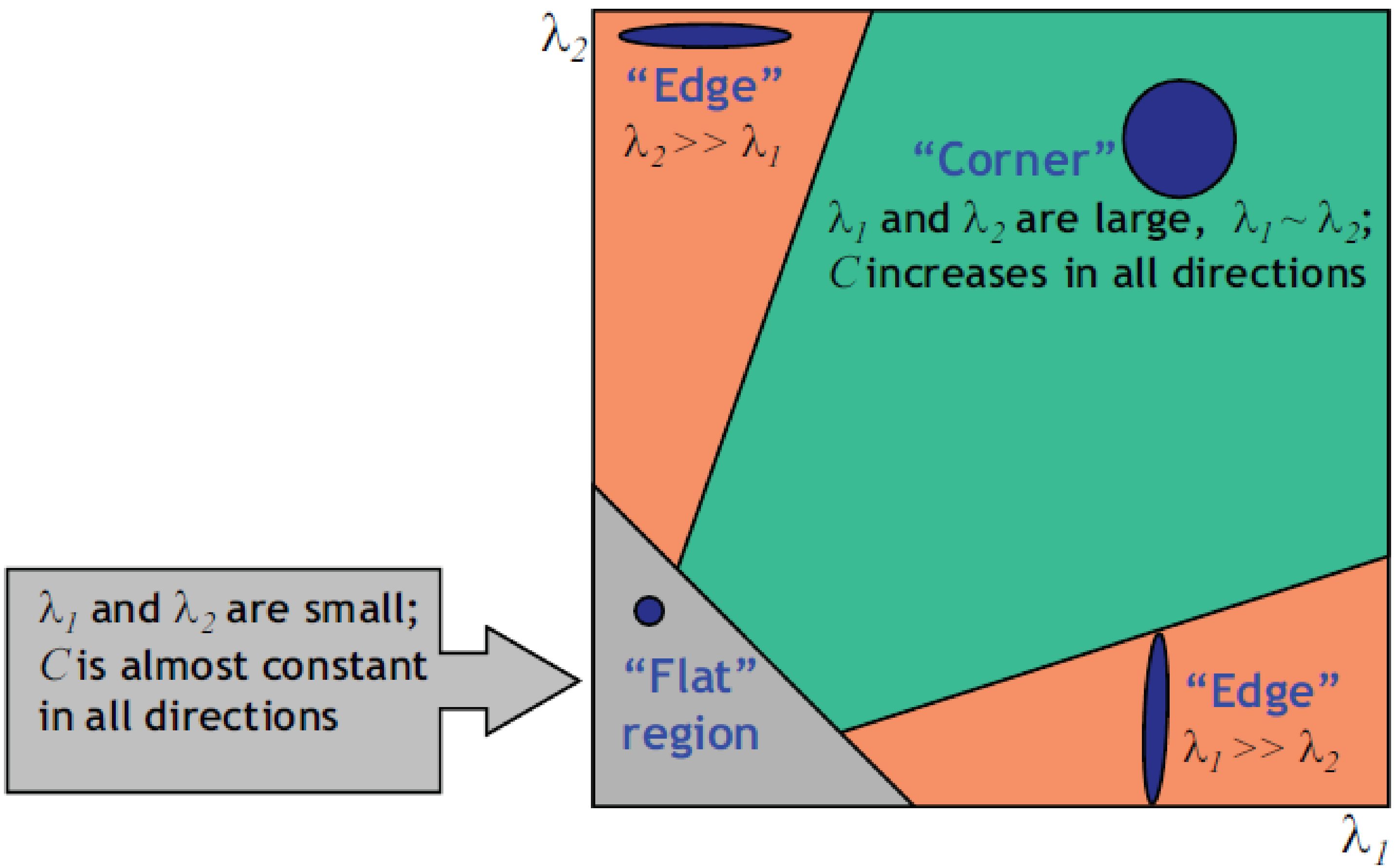


平滑区域:

λ_1 和 λ_2 均较小;

角点响应函数

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix} \sum_{(x,y)\in W} {I_x}^2 & \sum_{(x,y)\in W} I_x I_y \\ \sum_{(x,y)\in W} I_y I_x & \sum_{(x,y)\in W} {I_y}^2 \end{bmatrix} = \mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \mathbf{R}$$



角点响应函数

- 对每个图像窗，计算 M 矩阵，基于其特征值，定义角点响应函数R：

$$R(x,y)=\lambda_1\lambda_2-\alpha(\lambda_1+\lambda_2)^2$$

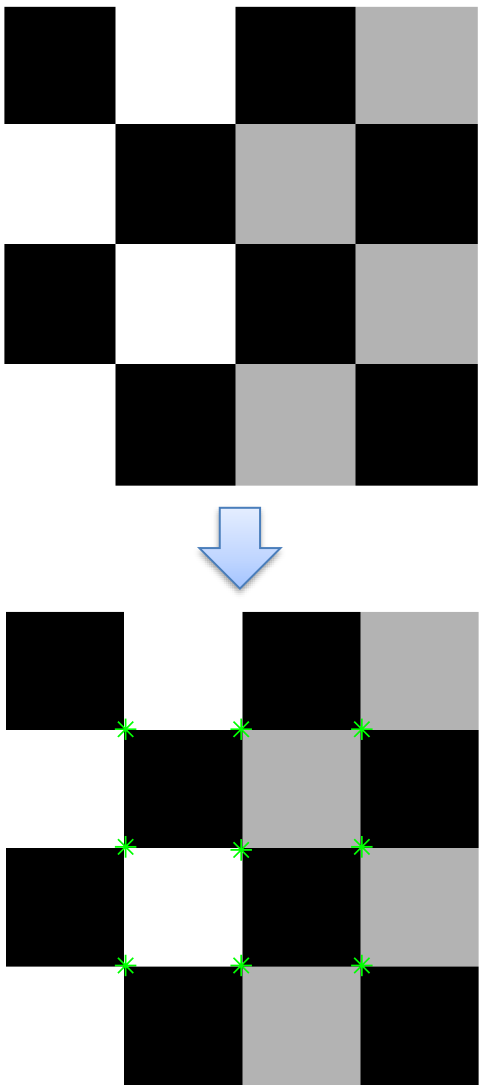
$$\begin{aligned}\det(\mathbf{C}) &= \lambda_1\lambda_2 \\ \operatorname{trace}(\mathbf{C}) &= \lambda_1+\lambda_2\end{aligned}$$

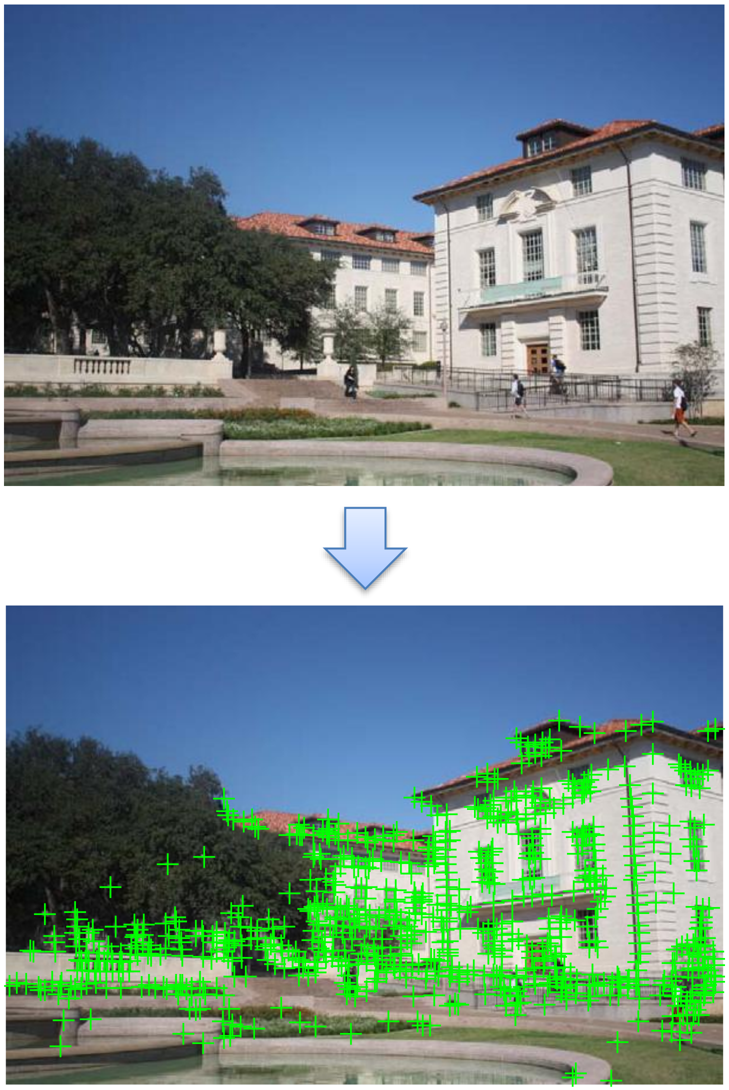
- 找到角点响应较大的值所对应的图像位置点：

$$R > threshold$$

- 取 R 的局部极大值点，例如 进行非最大抑制

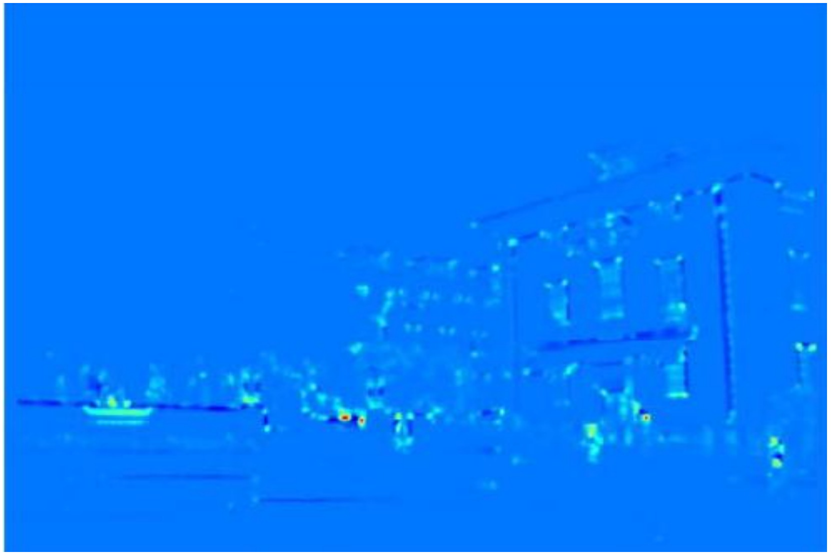
Harris角点检测示例

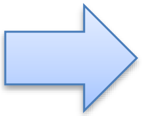




Harris角点检测示例角点响应图

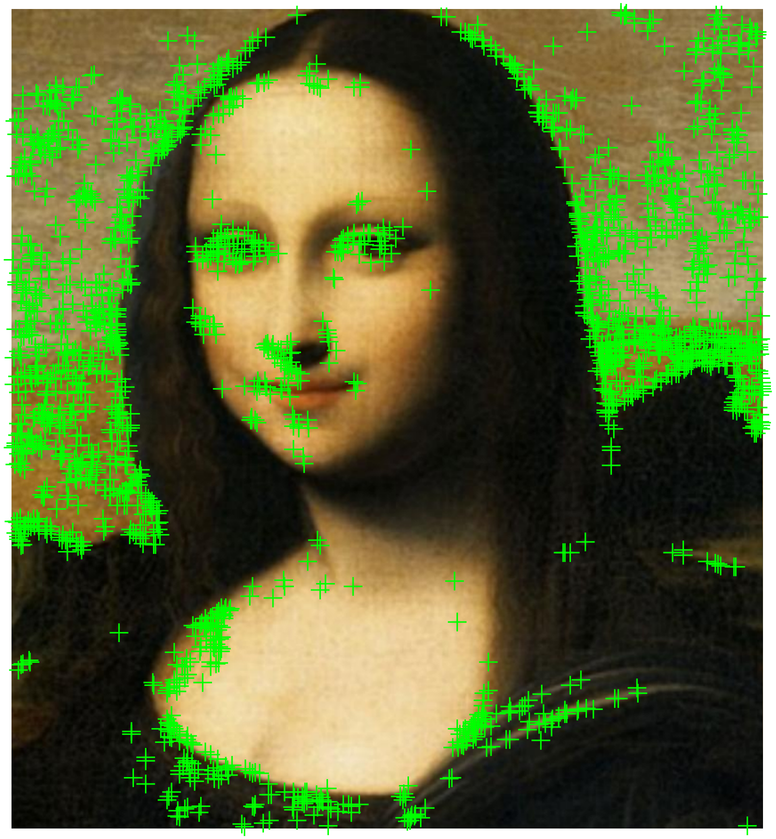
角点响应图 R

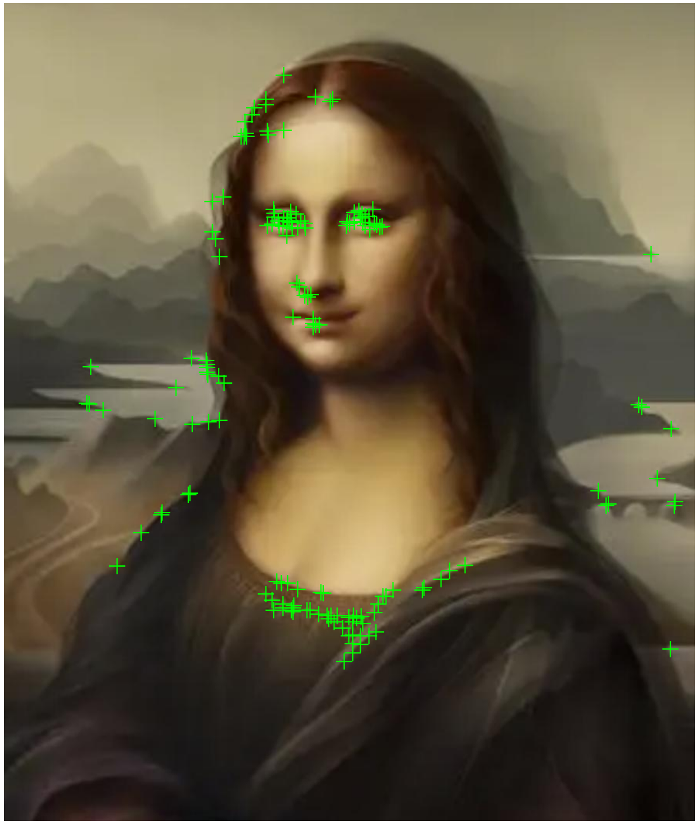




对 R 进行门限处理, 取极大值

对两张图像独立进行检测处理



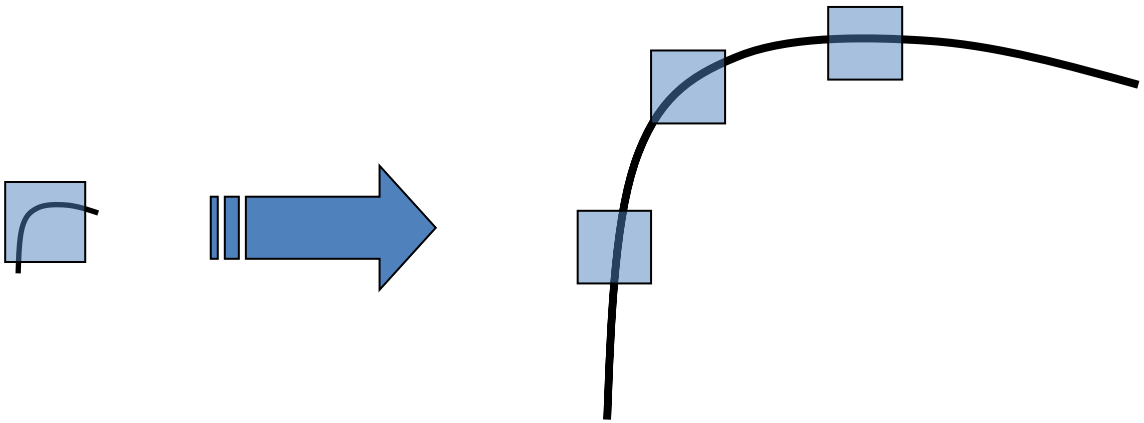


Harris 角点检测子的性质

- 旋转不变?
  - Yes：因为旋转不会改变特征值，只会影响特征向量的方向

$$M = X \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} X^T$$

- 尺度不变?
  - No：当把一个角点区域无限放大，角点将变为边缘
  - 如何得到角点的尺度？



校正窗口尺度函数

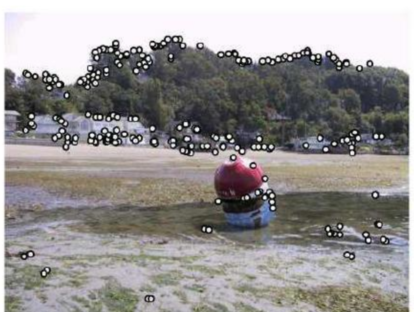
- Harris 检测算子检测到的特征点 取决于所选的窗的大小

Window scale = 10

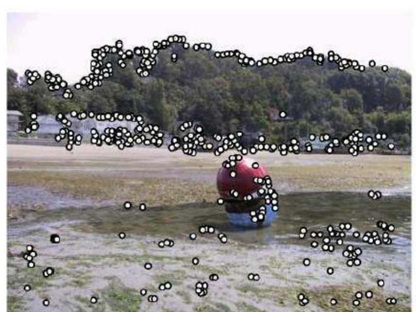
Window scale = 15

Window scale = 30

- 固定窗口尺寸，施加自适应非极大抑制
  - Adaptive non-maximal suppression (ANMS)：局部极大，同时响应值比邻域（半径r的圆形区域）中其他像素响应最大值大10%



(a) Strongest 250



(b) Strongest 500

(c) ANMS 250, $r = 24$

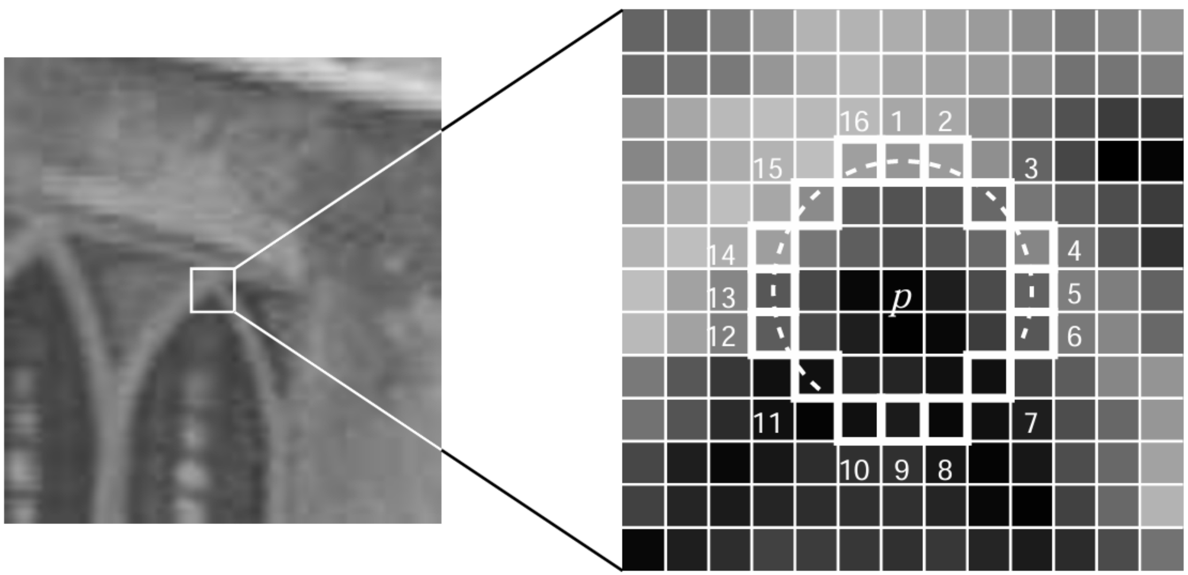
(d) ANMS 500, $r = 16$

图像表达-关键点检测

- 角点检测 (Corner Detection)
  - Harris检测子
  - **FAST检测子**
- 块检测 (Blob Detection)
  - Laplacian-of-Gaussian (LoG) 检测子
  - Difference-of-Gaussian (DoG)检测子
  - SURF检测子
  - MSER检测子

FAST：快速角点检测子

- FAST: Features from Accelerated Segment Test
  - 通过分析像素点与其邻域内像素点的灰度关系，来判断其是否为角点
  - 例如，如下图，对于像素p, 在其邻域圆形窗口上选16个像素
    - ✓ 如果有n个连续像素点的灰度显著都大于或都小于中心像素，则p为角点
    - ✓ 为了提高检测速度，可以先检测圆上的1、9、5、13四个像素点
    - ✓ 若这四个点中至少三个点的灰度与中心像素点明显不同，则 p 可能为角点，然后再对所有16个像素点进行检测以确认
  - 为进一步提升性能，采用机器学习方法提升速度和通用性



角点区域的方向

- 主方向：基于局部区域中像素灰度的质心
  - 将像素的灰度值视为相对局部区域中心的偏移量(offset)
  - 计算局部区域的灰度矩：

$$m_{pq} = \sum_{x,y} x^p y^q I(x, y)$$

  - 定义局部区域的灰度质心

$$C = \left(\frac{m_{10}}{m_{00}}, \frac{m_{01}}{m_{00}} \right)$$

  - 构建从局部区域几何中心点到灰度质心点的向量，定义为主方向

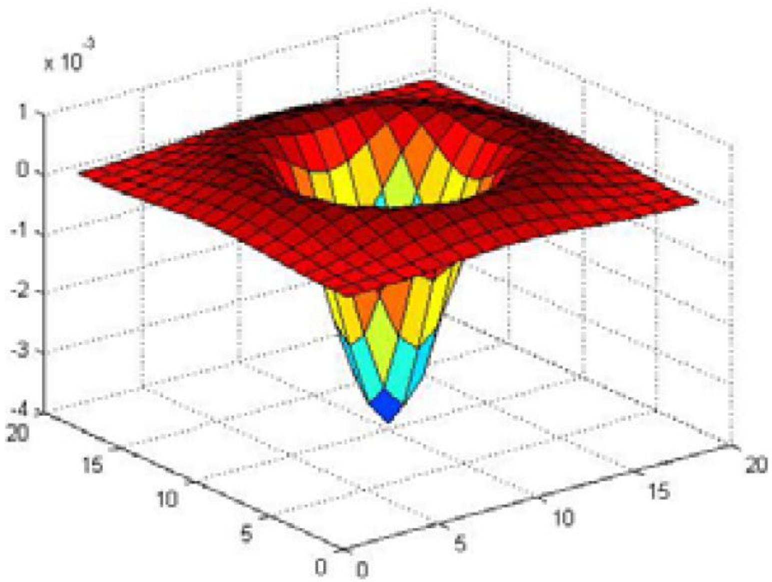
$$\theta = \operatorname{atan2}(m_{01}, m_{10})$$

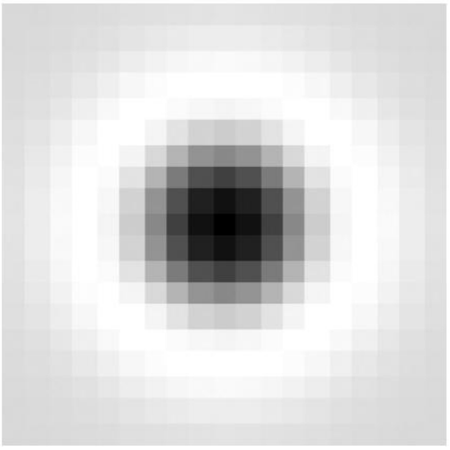
图像表达-关键点检测

- 角点检测 (Corner Detection)
  - Harris检测子
  - FAST检测子
- 块检测 (Blob Detection)
  - **Laplacian-of-Gaussian (LoG) 检测子**
  - Difference-of-Gaussian (DoG)检测子
  - SURF检测子
  - MSER检测子

Laplacian-of-Gaussian (LoG)

- 2D的圆周对称操作子，用于块(blob)检测
  - LoG: “blob” detector



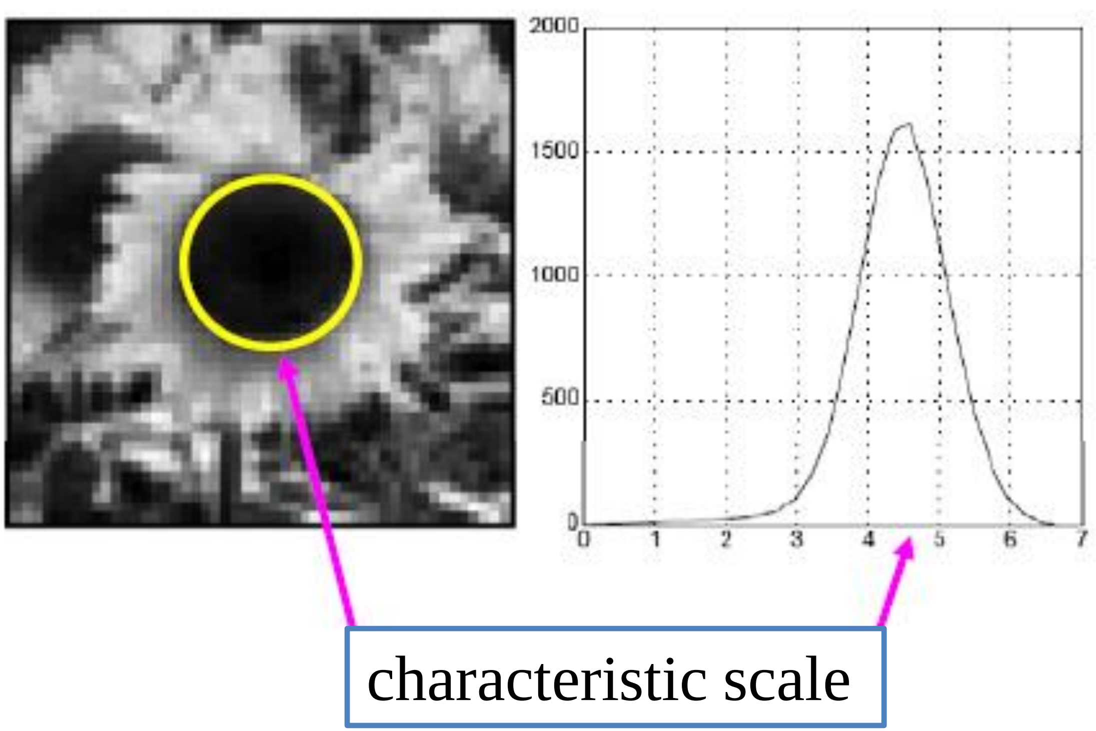


$$LoG = \nabla^2 G_\sigma(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} G_\sigma(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} G_\sigma(x,y)$$

$$G_\sigma(x,y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp[\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}]$$

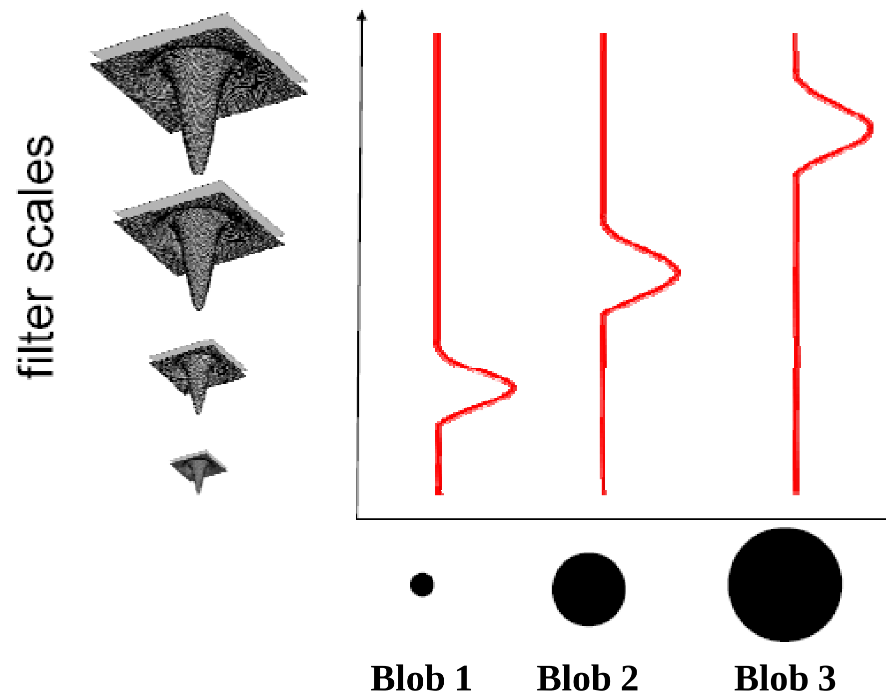
对于图像中的一个给定点:

- 特征尺度 （characteristic scale）
  - Laplacian 响应的极值所对应的尺度



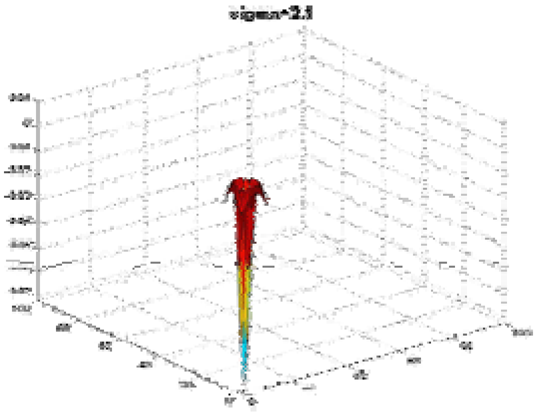
Laplacian-of-Gaussian (LoG)

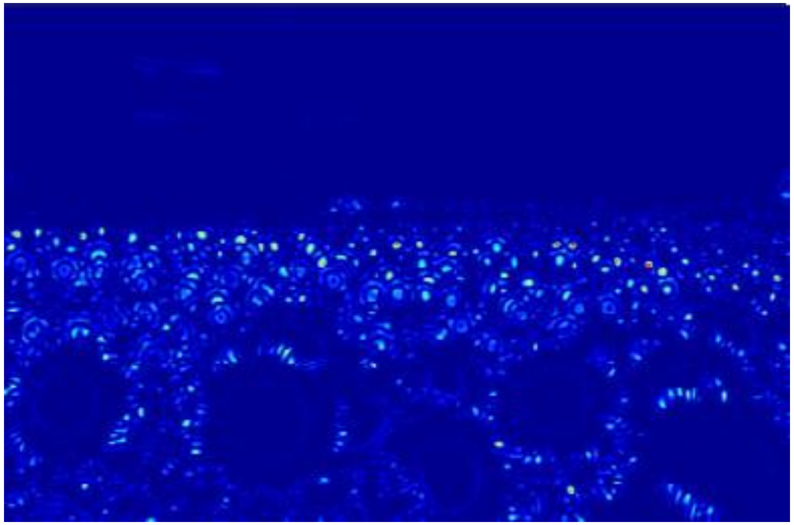
- Laplacian-of-Gaussian = “blob” detector
  - 给定图像块（patch），遍历枚举不同尺寸LoG的滤波器，将每个滤波器与图像块相卷积
  - 根据卷积响应的极大/极小值，确定适合当前图像块的LoG的滤波器，该滤波器的尺寸即定义了图像的尺度



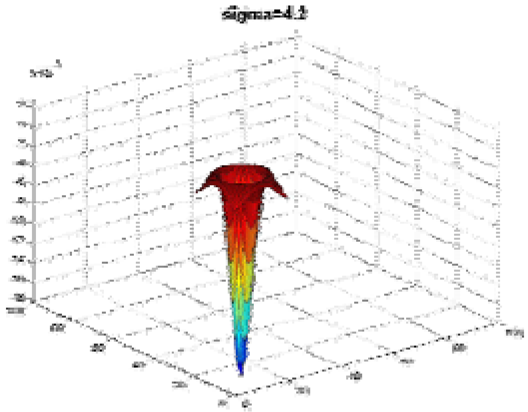
$$\nabla^2 g = \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}$$

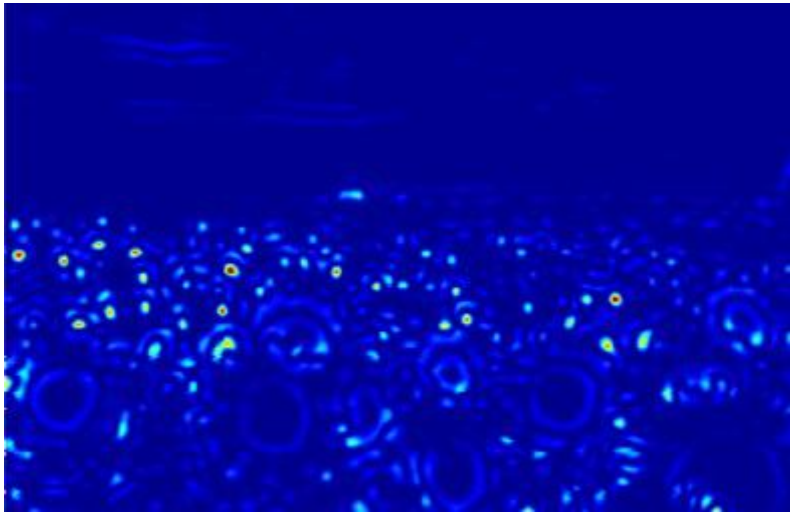
LoG响应示意图-1



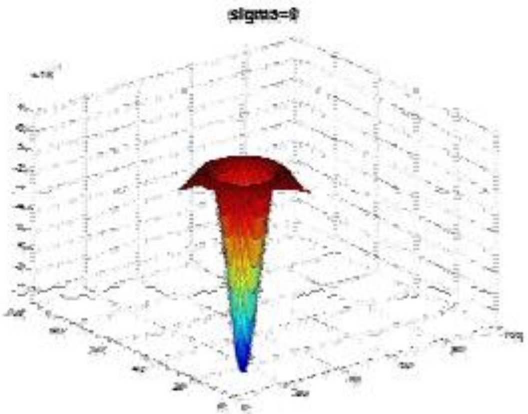


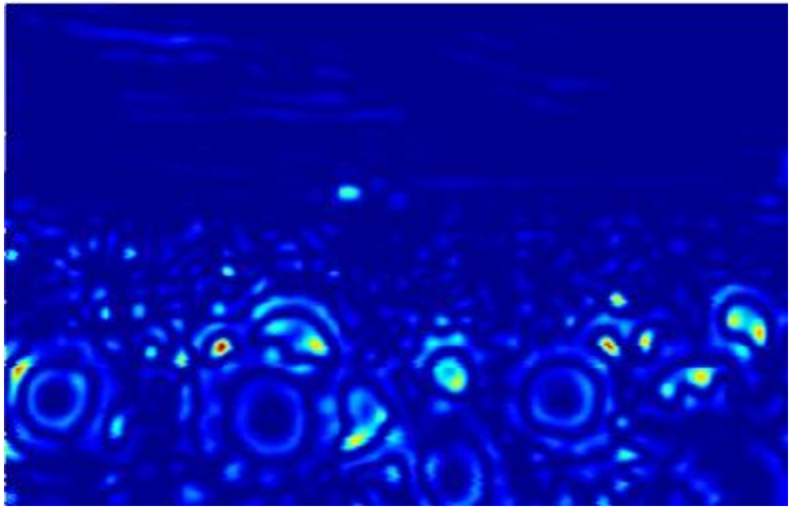
LoG响应示意图-2



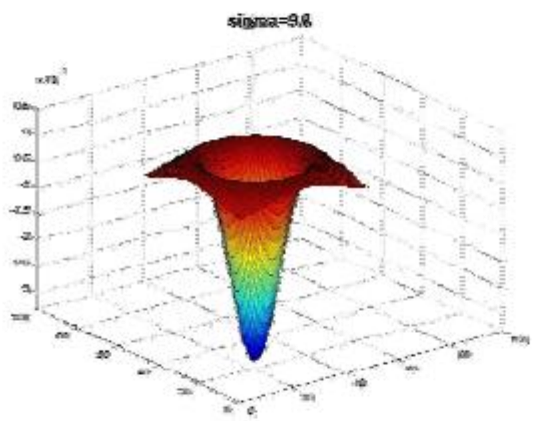


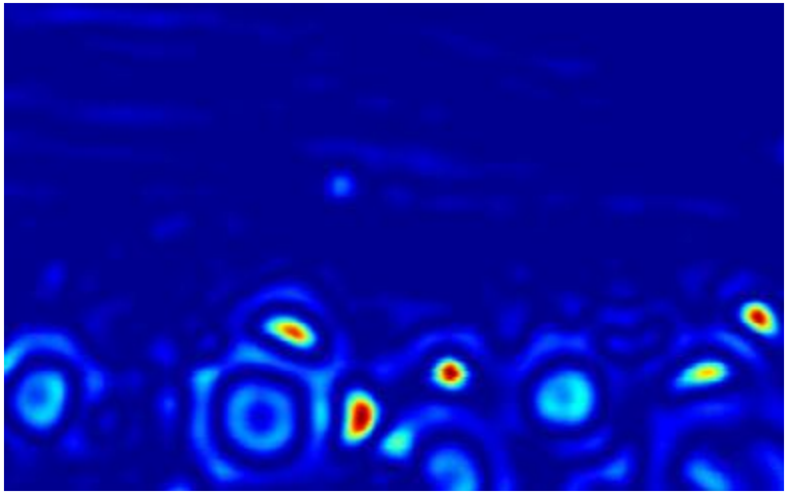
LoG响应示意图-3



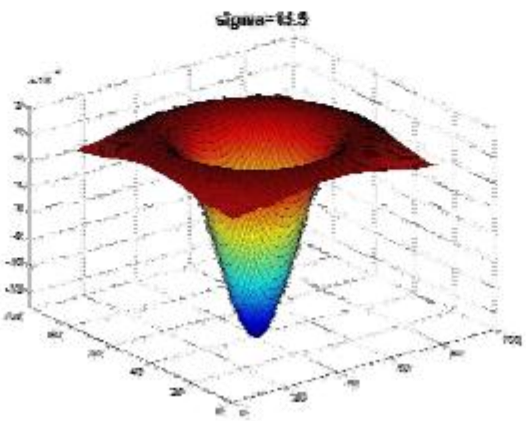


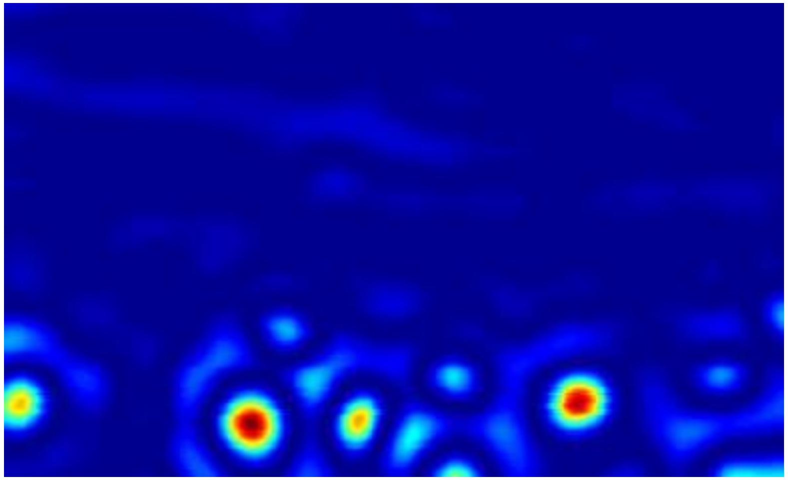
LoG响应示意图-4



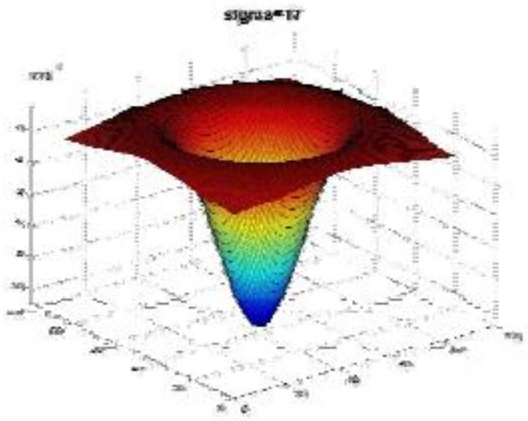


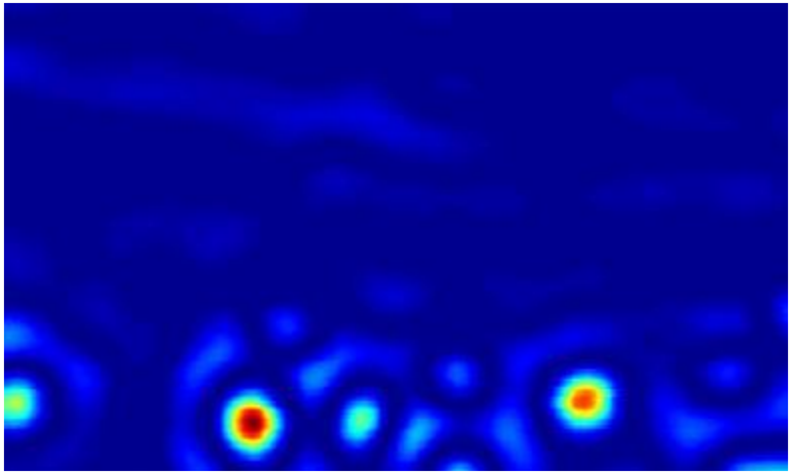
LoG响应示意图-5





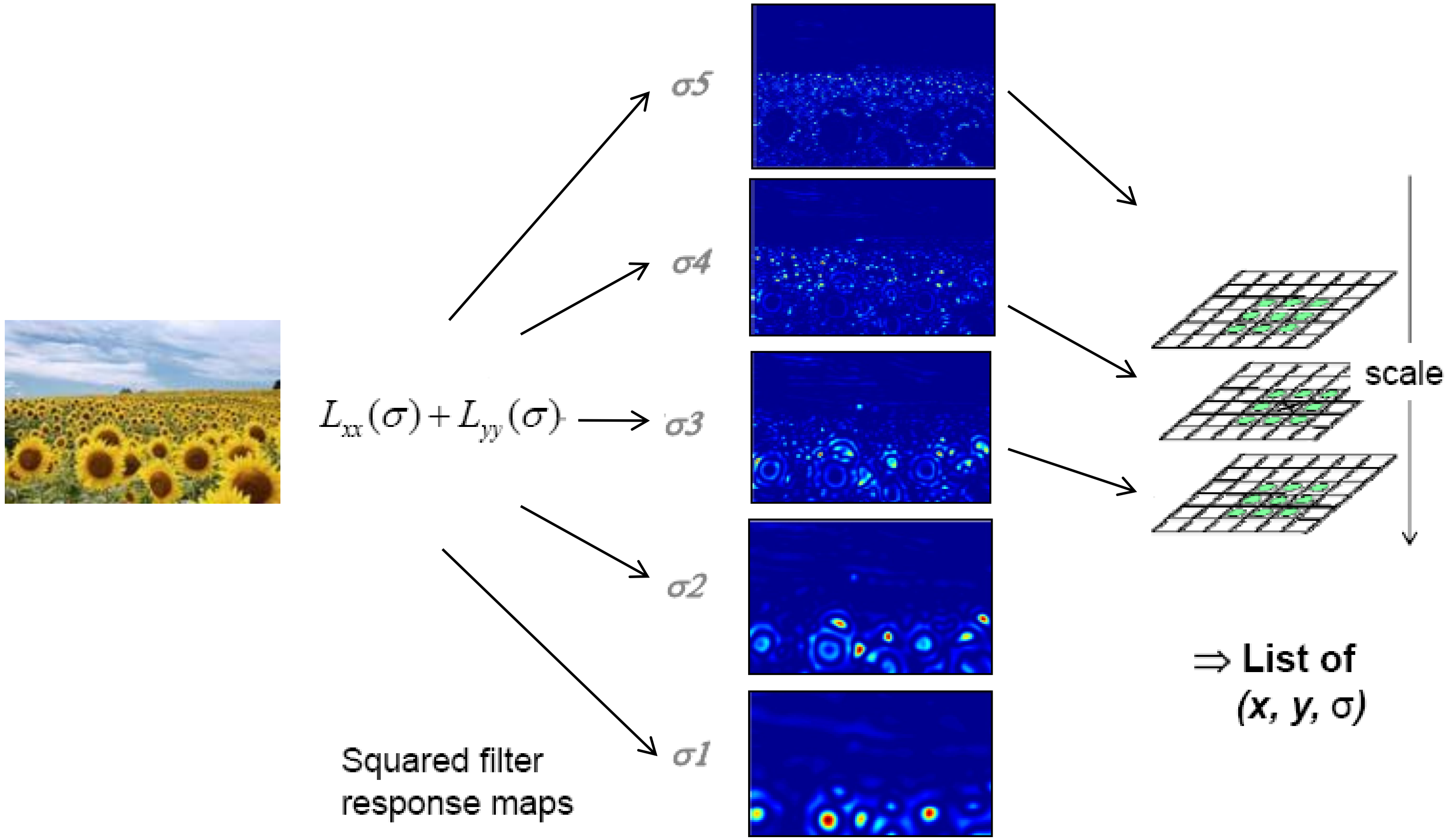
LoG响应示意图-6





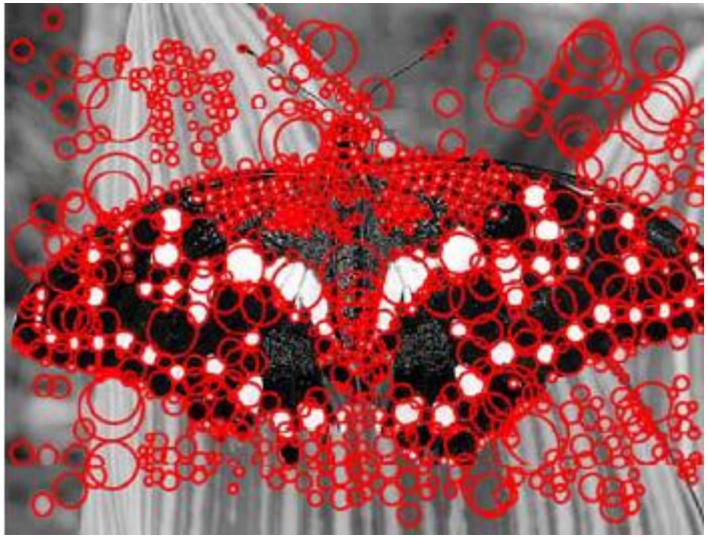
尺度空间的 blob 检测

- 根据卷积响应的极大/极小值，确定适合当前像素位置的LoG的滤波器，该滤波器的尺寸即定义了当前像素的尺度



尺度空间的 blob 检测: 示例

- 检测出来的区域不一定是完整的blob或独立的区域



图像表达-关键点检测

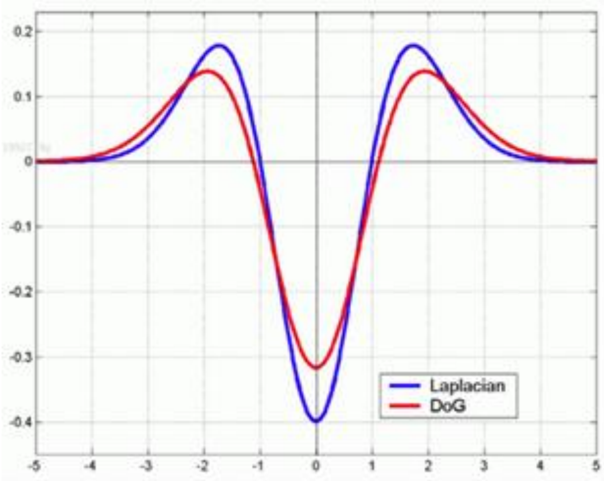
- 角点检测 (Corner Detection)
  - Harris检测子
  - FAST检测子
- 块检测 (Blob Detection)
  - Laplacian-of-Gaussian (LoG) 检测子
  - **Difference-of-Gaussian (DoG)检测子**
  - SURF检测子
  - MSER检测子

从LoG到DoG：SIFT检测子

- 采用 Difference of Gaussians (DoG) 去近似 Laplacian of Gaussians (LoG)
  - 差分阶次更低（二阶 → 一阶）
  - 高效的实现形式

LoG：$L=\sigma^2\left(G_{xx}(x,y,\sigma)+G_{yy}(x,y,\sigma)\right)$

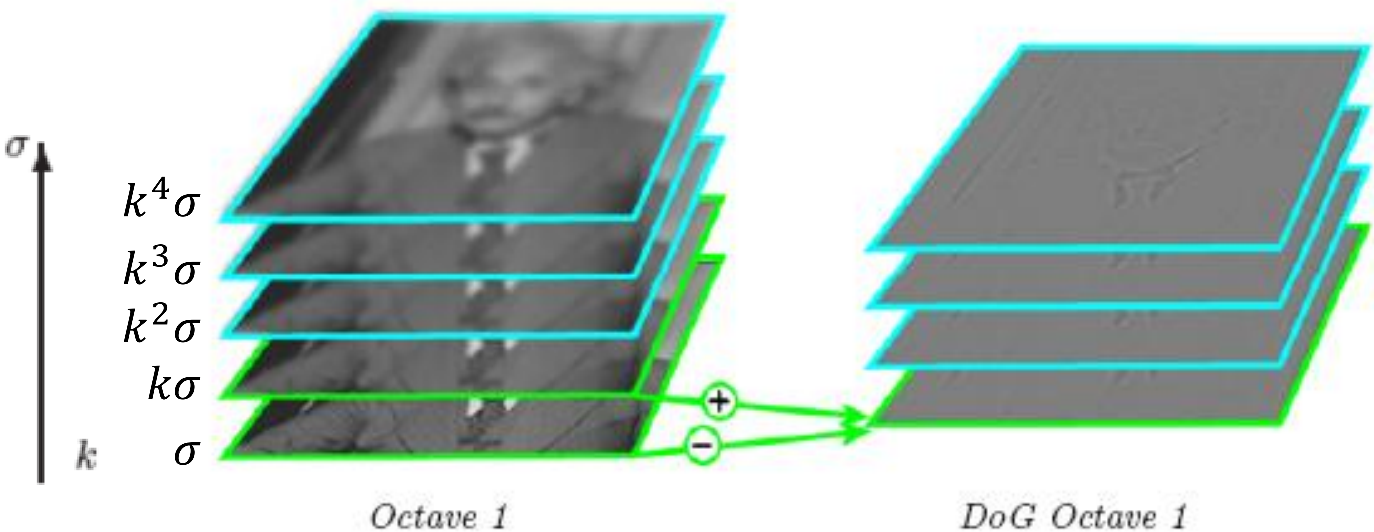
DoG：$DoG=G(x,y,k\sigma)-G(x,y,\sigma)$



DoG 图像金字塔-1

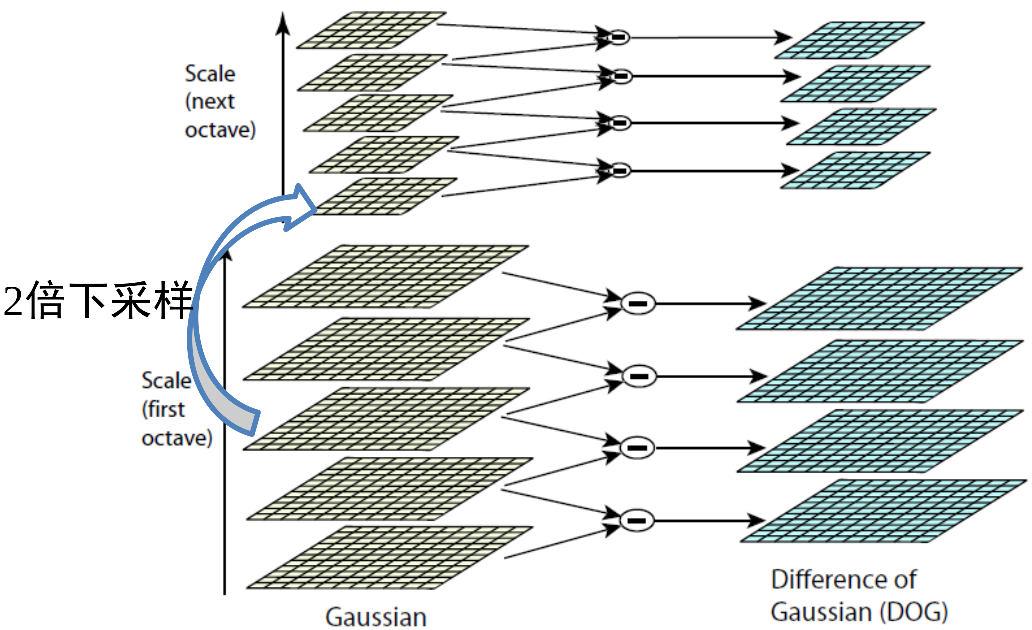
- 首先构建高斯金字塔
  - 用尺度为σ的高斯核对图像做卷积，得到不同尺度的图像
  - 每层octave有$s+3$副滤波结果图像， $k^s=2$，即 $k=2^{\frac{1}{s}}$
  - 相邻高斯图作差，得到高斯差分图，每层octave有$s+2$张图
    - ✓ 节省计算开销

$$D(x,y,\sigma)=(G(x,y,k\sigma)-G(x,y,\sigma))*I(x,y)$$
$$=L(x,y,k\sigma)-L(x,y,\sigma).$$

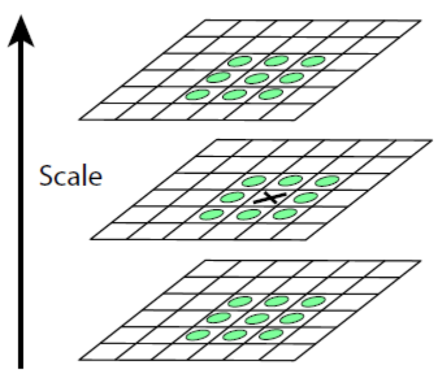


DoG 图像金字塔-2

- 关键点检测
  - 相邻两个octave的尺度差为2
  - 每组octave的$s+2$副DoG图表示 (x, y, scale)三维尺度空间
  - 在$3\times3\times3$的26邻域寻找局部极大、极小值点
  - 对于每个octave，局部极值点仅落在s副DoG图像上



构建多级octave，相邻两级下采样率为2



在 $3\times3\times3$ 的26邻域，检测极值点

DoG 图像金字塔-3

- 小结
  - 将图象中的关键区域的尺度估计问题转换为DoG滤波器匹配问题，将最匹配的DoG滤波器的标准差作为关键区域的尺度估计值
  - 将图象的尺度空间划分为一系列子区间：$(\sigma, 2\sigma]$, $(2\sigma, 4\sigma]$, $(4\sigma, 8\sigma]$, $\cdots$, $(2^m\sigma, 2^{m+1}\sigma]$, $\cdots$。每个尺度子区间对应一个octave
  - 由于相邻两个octave对图象进行了2倍（行、列）下采样，所以每个octave中的都等价于在不同图象分辨率下进行尺度范围为$[\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{2}\boldsymbol{\sigma})$的关键区域尺度估计
  - 在第m个octave上的尺度估计结果，通过乘以2^m，即可得到在原始图象分辨率下的关键区域尺度估计值

图像表达-关键点检测

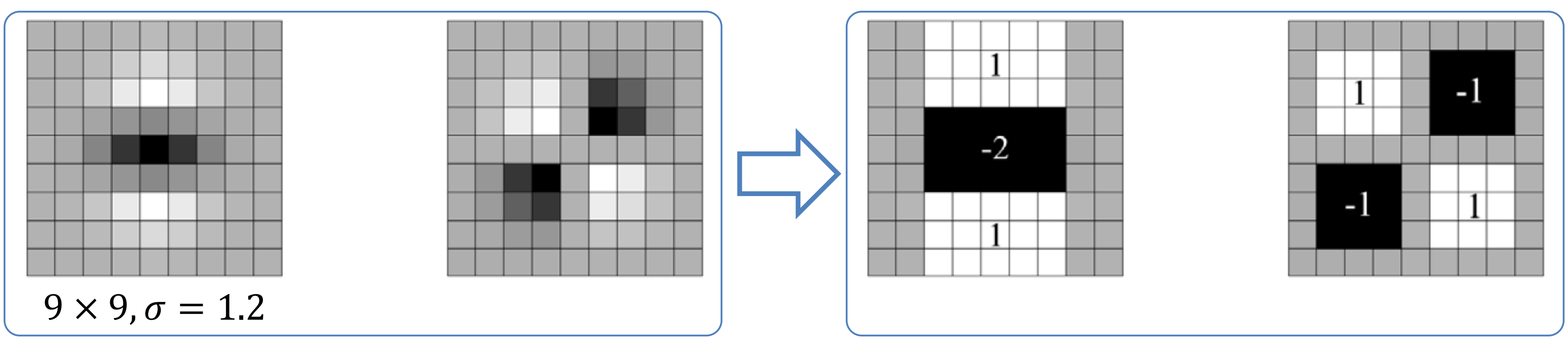
- 角点检测 (Corner Detection)
  - Harris检测子
  - FAST检测子
- 块检测 (Blob Detection)
  - Laplacian-of-Gaussian (LoG) 检测子
  - Difference-of-Gaussian (DoG)检测子
  - **SURF检测子**
  - MSER检测子

SURF检测子

- SURF (Speeded-Up Robust Features)
  - 采用Hessian矩阵对图像滤波，基于行列式值选择关键点位置和尺度

$$\mathcal{H}(\mathbf{x},\,\sigma) = \begin{bmatrix} L_{xx}(\mathbf{x},\,\sigma) & L_{xy}(\mathbf{x},\,\sigma) \\ L_{xy}(\mathbf{x},\,\sigma) & L_{yy}(\mathbf{x},\,\sigma) \end{bmatrix}$$

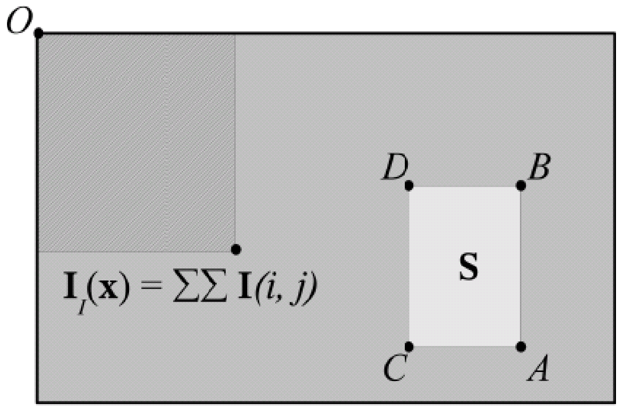
    - ✓ $L_{xx}(\boldsymbol{x},\sigma)$表示对图像$I$在像素$\boldsymbol{x}$处的高斯二阶微分$\frac{\partial^2}{\partial x^2}g(\sigma)$的卷积
    - ✓ 高斯函数是尺度空间分析的重要工具
  - 高斯二阶微分可以用方框滤波器（box filter）近似（ L_{xx} -> D_{xx} ）
    - ✓ $Det(\mathcal{H}_{approx}) = D_{xx}D_{yy} - (0.9D_{xy})^2$
    - ✓ 利用积分图可以显著提升计算效率



$9 \times 9, \sigma = 1.2$

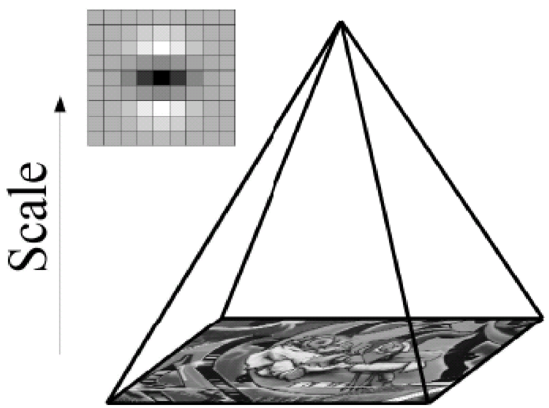
SURF检测子

- 图像积分图
  - 任意像素区域的灰度可通过区域四个顶点的积分图的值计算得到

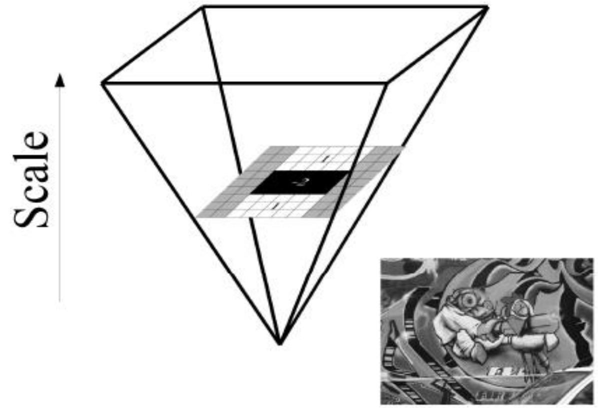


$\mathbf{S}=A\text{-}B\text{-}C\text{+}D$

- 利用积分图计算优势，构建滤波器金字塔做尺度空间分析

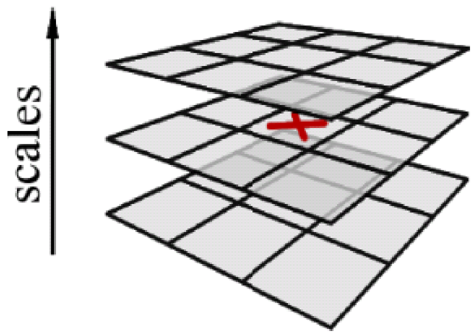


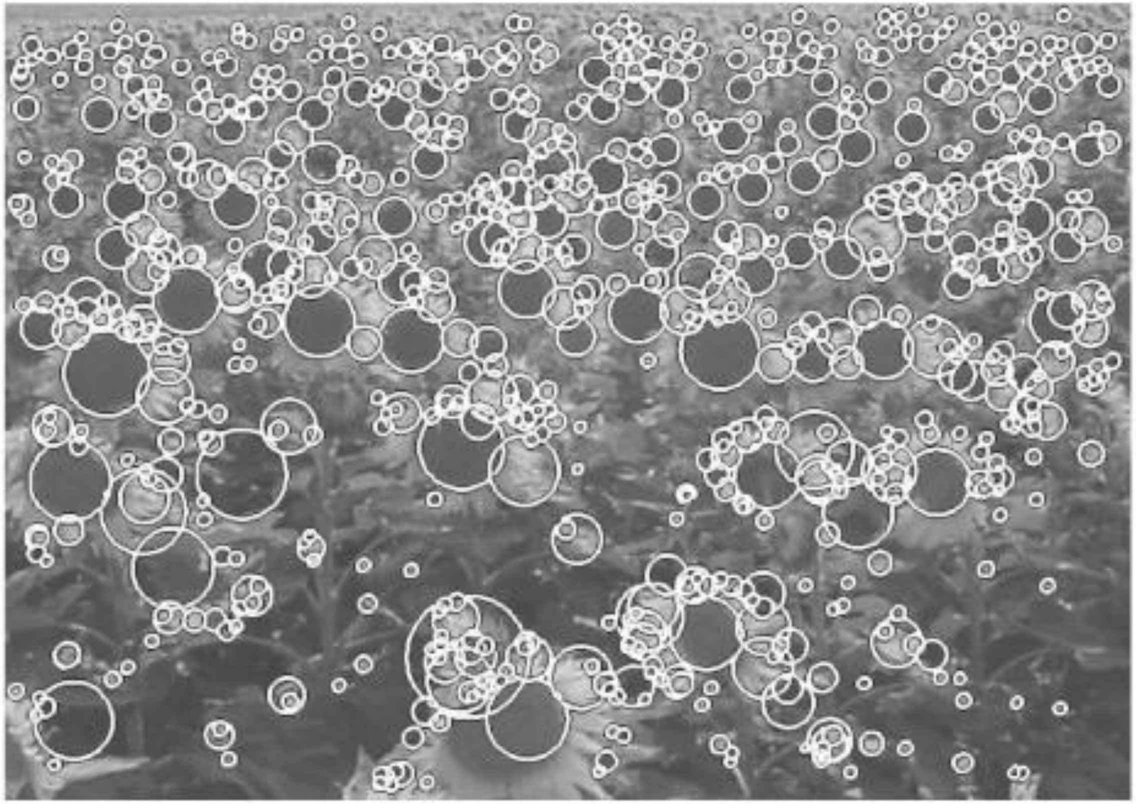
vs.



SURF检测子

- 基于近似Hessian矩阵的行列式值，在尺度空间的3×3×3邻域中计算局部极大值，并做非极大抑制（NMS）





图像表达-关键点检测

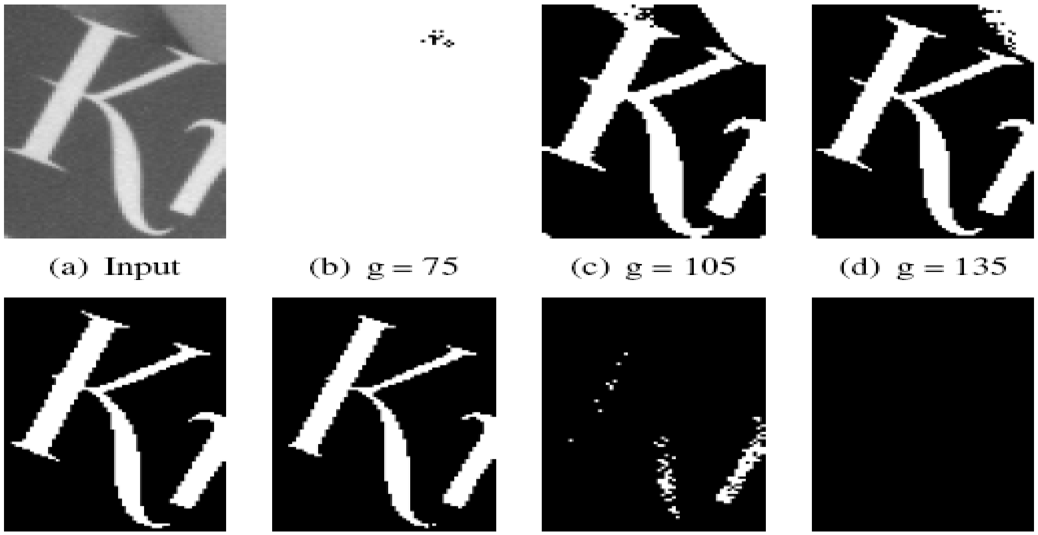
- 角点检测 (Corner Detection)
  - Harris检测子
  - FAST检测子
- 块检测 (Blob Detection)
  - Laplacian-of-Gaussian (LoG) 检测子
  - Difference-of-Gaussian (DoG)检测子
  - SURF检测子
  - **MSER检测子**

最大稳定极值区域检测子: MSER

- MSER: Maximally Stable Extremal Region
  - 在一个比较大的阈值范围内，可被独立分割出来的、面积稳定的图像区域
  - 区域内部和区域边界上的像素的灰度有显著差异

$$\forall p \in R_i \,, \forall q \in boundary(R_i) \rightarrow I(p) - I(q) > \tau$$

  - 实现时，可用一系列渐变的阈值对图像进行分割，比较分割结果



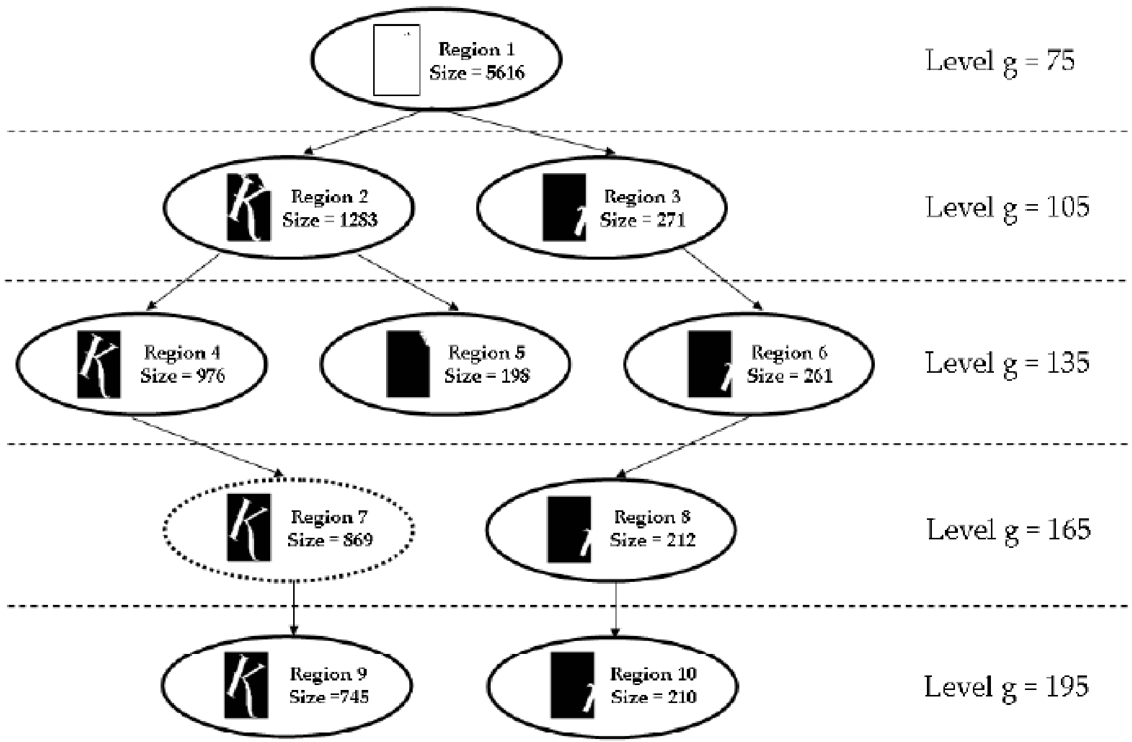
(a) Input (b) g = 75 (c) g = 105 (d) g = 135

(e) g = 165 (f) g = 195 (g) g = 225 (h) g = 255

- Matas J, et al. Robust wide-baseline stereo from maximally stable extremal regions[J]. Image and Vision Computing, 2004.

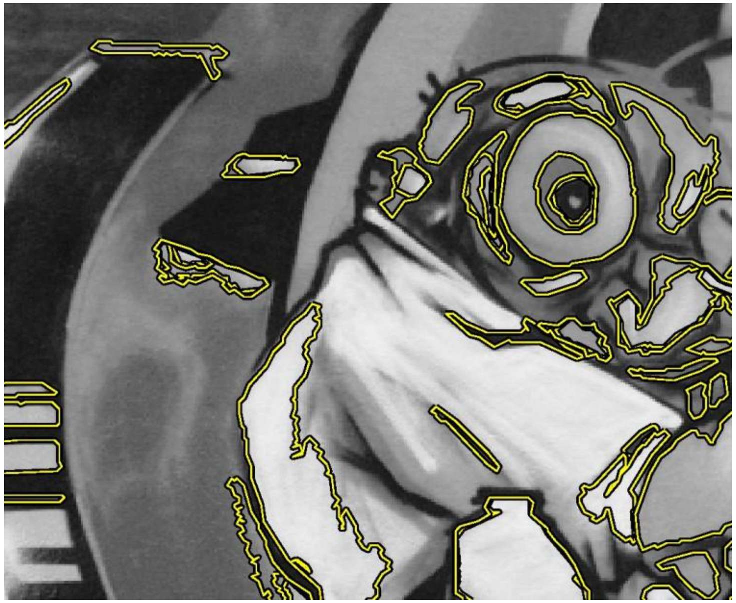
最大稳定极值区域检测子: MSER

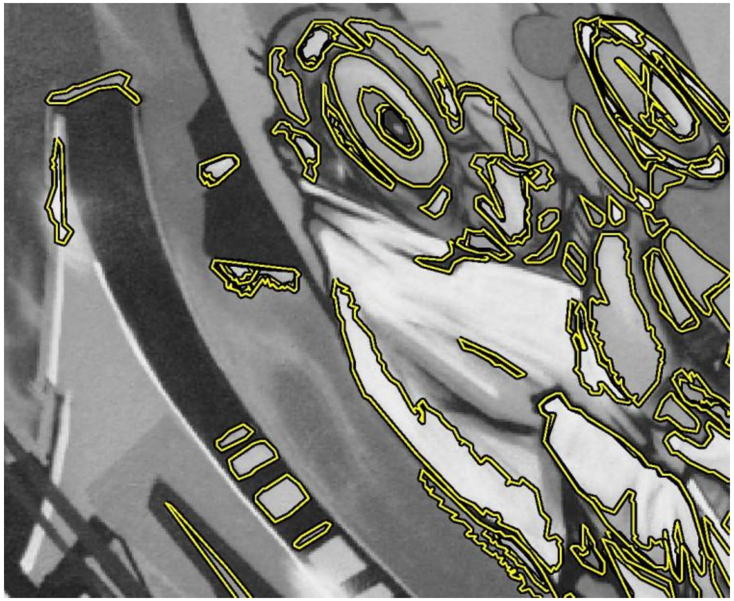
- 对比不同阈值下的分割结果，构建分割树
  - 该树结构中，不同层对应不同的分割阈值
  - 对各个叶节点，往上回溯到其第一个分叉节点（子节点数量大于2的节点），统计回溯的层级数；若层级数大于指定阈值，且区域面积变化较小，则该区域为一个MSER



最大稳定极值区域检测子: MSER

- MSER的特点
  - 对较大仿射畸变有较好的检测鲁棒性，
    - ✓ 在可重复性（repeatability）指标上，优于其他局部特征检测子
  - 存在的问题：一副图象中检测得到的MSER区域数量有限
    - ✓ 例如，对于一副640×480的图像，MSER数量一般<100
    - ✓ 可以支持的图像之间的MSER匹配数量有限





- Matas J, et al. Robust wide-baseline stereo from maximally stable extremal regions[J]. Image and Vision Computing, 2004.