



# 第十一章：运动分析

---

中国科学技术大学  
电子工程与信息科学系

主讲教师：李厚强 ([lihq@ustc.edu.cn](mailto:lihq@ustc.edu.cn))  
周文罡 ([zhwg@ustc.edu.cn](mailto:zhwg@ustc.edu.cn))  
李 礼 ([lill@ustc.edu.cn](mailto:lill@ustc.edu.cn))  
胡 洋 ([eeihu@ustc.edu.cn](mailto:eeihu@ustc.edu.cn))



# 运动分析

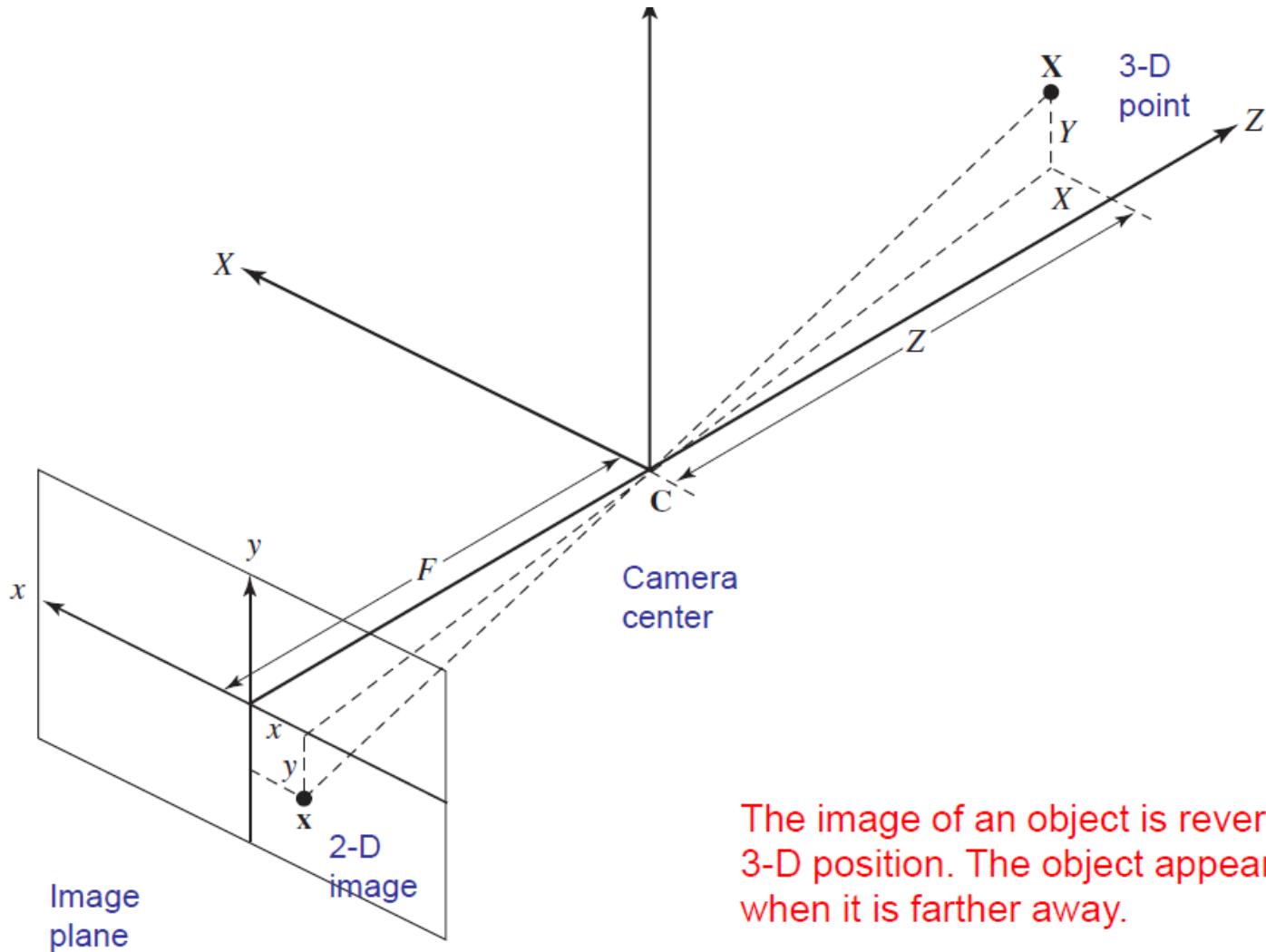
- 二维运动模型
- 二维运动 vs. 光流
- 运动估计中的一般方法
- 基于块的运动估计
- 可形变块匹配
- 多分辨率运动估计
- 相位相关法
- 基于深度学习的运动分析



# 二维运动模型

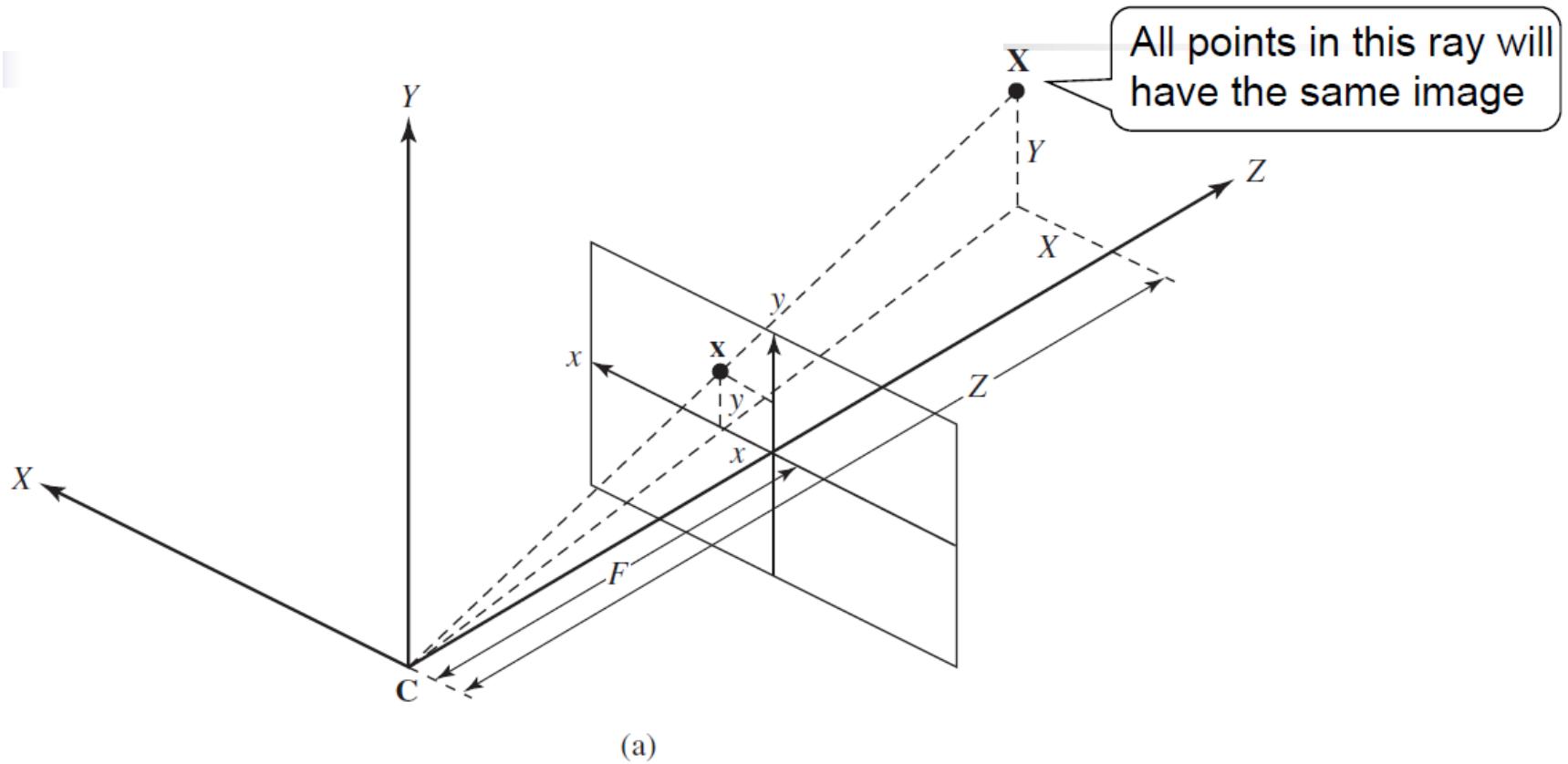
- 相机投影
- 三维运动
- 三维运动的投影
- 刚体目标的二维运动
  - 投影映射
- 投影映射的近似
  - 仿射模型
  - 双线性模型

# 针孔相机模型



The image of an object is reversed from its 3-D position. The object appears smaller when it is farther away.

# 针孔相机模型：透视投影



$$\frac{x}{F} = \frac{X}{Z}, \frac{y}{F} = \frac{Y}{Z} \Rightarrow x = F \frac{X}{Z}, y = F \frac{Y}{Z}$$

$x, y$  are inversely related to  $Z$



# 三维运动——刚体运动模型

刚体运动模型:  $X' = R \cdot X + T$

$X' = X + T$  平移

旋转  $[R] = [R_z] \cdot [R_y] \cdot [R_x]$

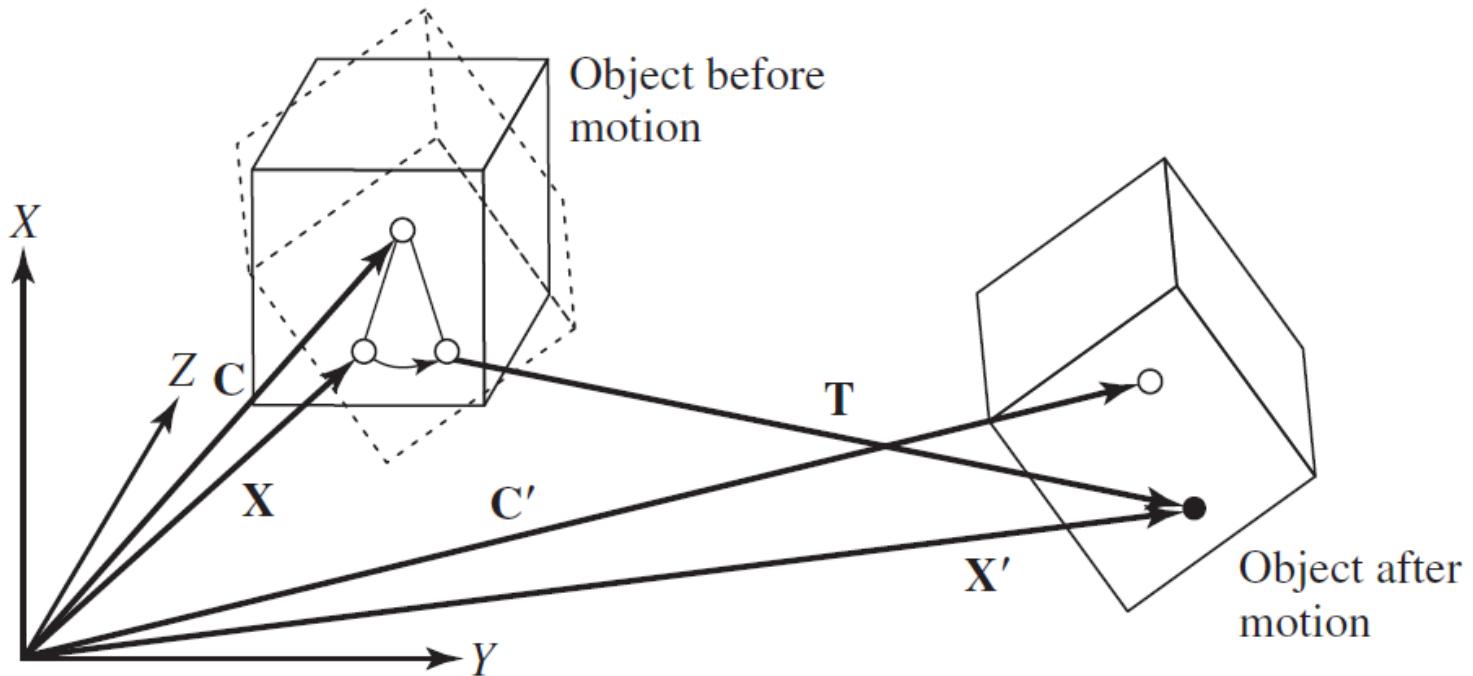
$$[R_x] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & -\sin \theta_x \\ 0 & \sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix}$$

$$[R_y] = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & \sin \theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y \end{bmatrix}$$

$$[R_z] = \begin{bmatrix} \cos \theta_z & -\sin \theta_z & 0 \\ \sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[R] \approx [R'] = \begin{bmatrix} 1 & -\theta_z & \theta_y \\ \theta_z & 1 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 1 \end{bmatrix}$$

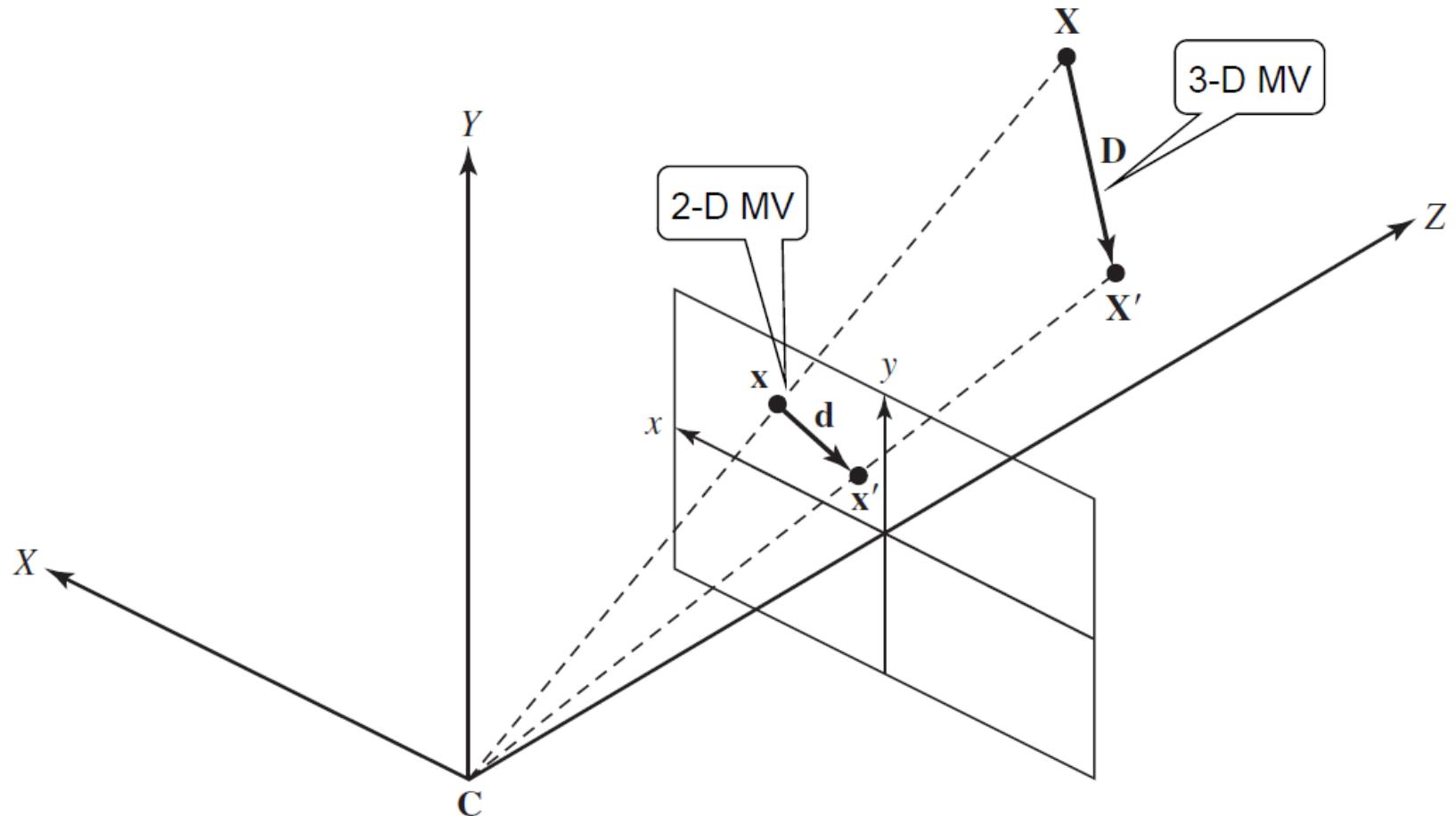
# 三维运动——刚体运动模型



Rotation and translation wrt. the object center :

$$X' = [R] (X - C) + T + C; \quad [R] : \theta_x, \theta_y, \theta_z; \quad T : T_x, T_y, T_z$$

# 三维与二维运动之间的关系



MV: motion vector



# 定义和符号

## □ 三维运动向量

$$D(X; t_1, t_2) = X' - X = [D_X, D_Y, D_Z]^T$$

## □ 二维运动向量

$$d(X; t_1, t_2) = X' - X = [d_x, d_y]^T$$

## □ 映射函数

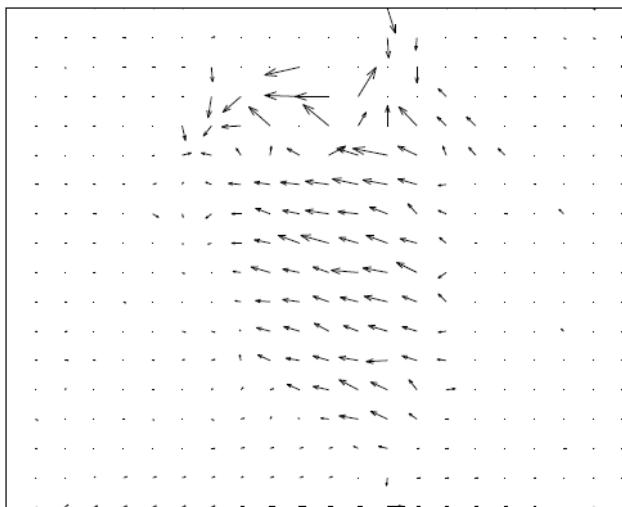
$$w(X; t_1, t_2) = X'$$

$$w(X) = X + d(X)$$

## □ 流矢量（速度矢量）

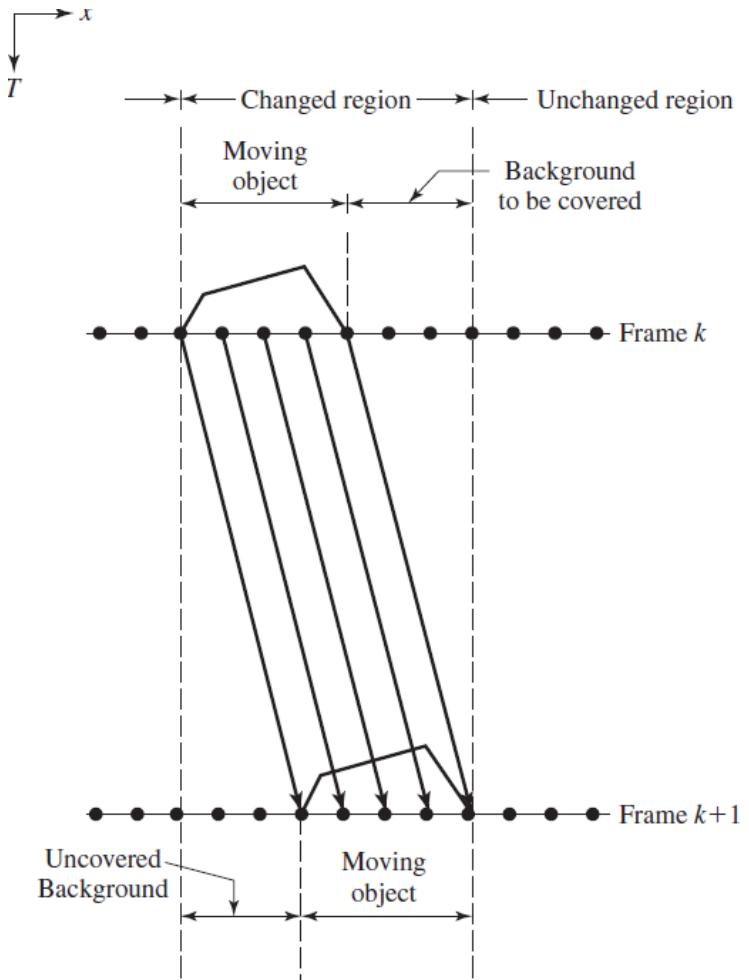
$$V = \frac{\partial d}{\partial t} = \left[ \frac{\partial d_x}{\partial t}, \frac{\partial d_y}{\partial t} \right]^T$$

# 一个典型的二维运动场



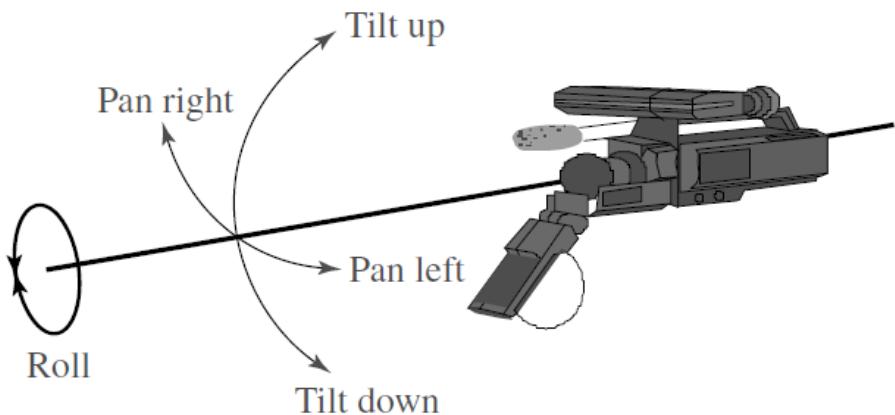
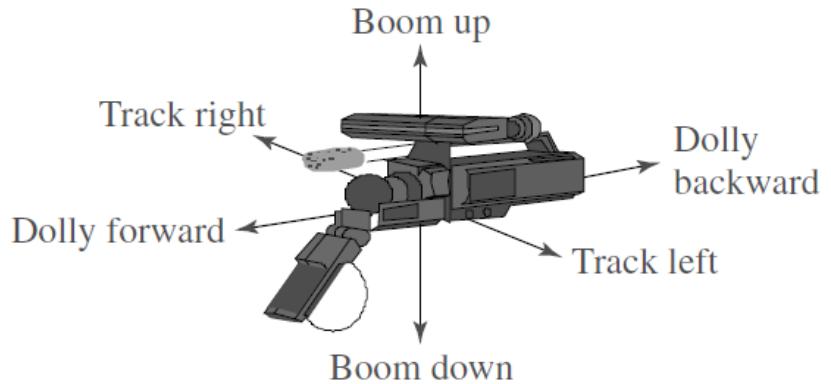
# 遮挡的影响

- 在遮挡区域，运动是未定义的



# 典型的相机运动

□ 接下来介绍典型的相机运动对应的2D运动





# 相机平移：跟(track)与吊(boom)

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ 0 \end{bmatrix} \iff \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} FT_x/Z \\ FT_y/Z \end{bmatrix}$$

当  $\Delta Z \ll \bar{Z}$

$$\begin{bmatrix} d_x(x, y) \\ d_y(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}, t_x = \frac{FT_x}{\bar{Z}}, t_y = \frac{FT_y}{\bar{Z}}$$



# 相机摇(Pan)与倾(Tilt)

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = [R_x][R_y] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad [R_x][R_y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \theta_y \\ 0 & 1 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 1 \end{bmatrix}$$

如果  $Y\theta_x \ll Z, X\theta_y \ll Z$ , 那么  $Z' \approx Z$

$$\begin{bmatrix} d_x(x, y) \\ d_y(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_y F \\ -\theta_x F \end{bmatrix}$$

# 相机推(Zoom)和滚(Roll)

- 推 (zoom) : 像平面与中心点距离 (焦距) 被改变

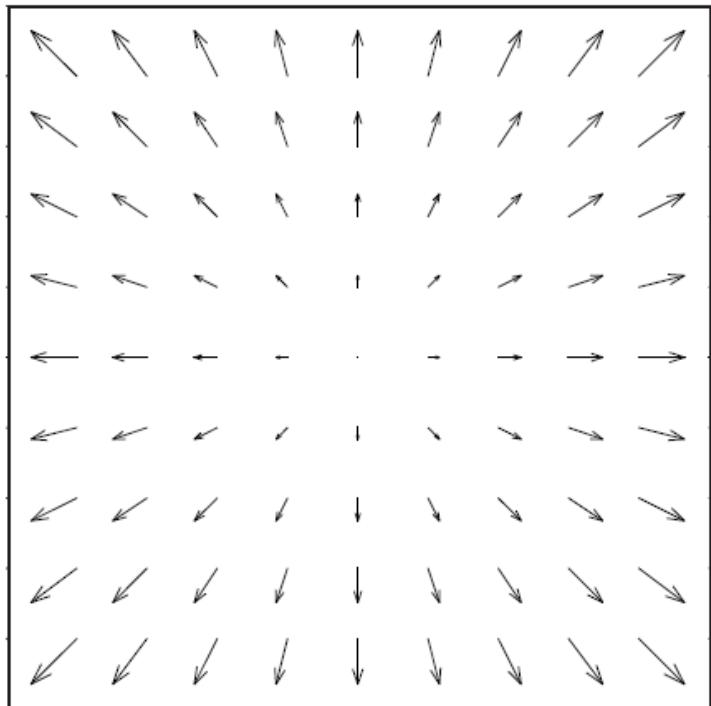
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho x \\ \rho y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} d_x(x, y) \\ d_y(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 - \rho)x \\ (1 - \rho)y \end{bmatrix} \quad (\rho = F'/F)$$

- 滚 (roll)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_z & -\sin \theta_z \\ \sin \theta_z & \cos \theta_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & -\theta_z \\ \theta_z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

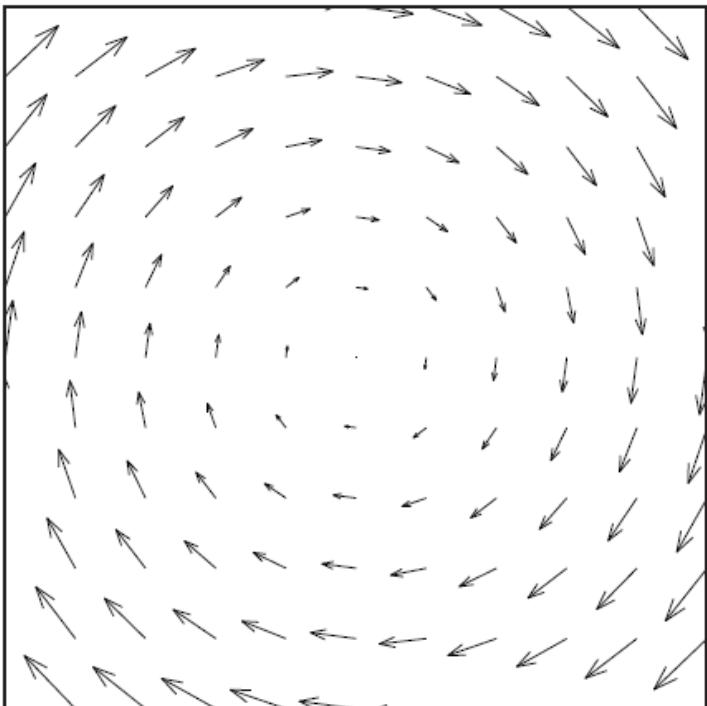
$$\begin{bmatrix} d_x(x, y) \\ d_y(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_z y \\ \theta_z x \end{bmatrix}$$

# 相机运动的运动场



(a)

Camera zoom



(b)

Camera rotation around Z-axis (roll)



# 四参数模型

- 考虑一个顺序地进行平移、摇、倾、变焦和旋转的摄像机
- 几何映射：

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} \cos \theta_z & -\sin \theta_z \\ \sin \theta_z & \cos \theta_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x + \theta_y F + t_x \\ y - \theta_x F + t_y \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} c_1 & -c_2 \\ c_2 & c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_3 \\ c_4 \end{bmatrix}$$

- 这个映射函数有四个参数，是仿射映射的一个特例，仿射映射一般有6个参数。

# 相应于三维刚性运动的二维运动模型

- 之前的相机运动模型均没有考虑相机在Z方向的平移运动
- 一般情况：

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix}$$

—————>  
Perspective Projection

$$x' = F \frac{(r_1x + r_2y + r_3F)Z + T_xF}{(r_7x + r_8y + r_9F)Z + T_zF}$$

$$y' = F \frac{(r_4x + r_5y + r_6F)Z + T_yF}{(r_7x + r_8y + r_9F)Z + T_zF}$$



# 投影映射

## □ 投影映射

- 在Z方向没有平移运动
- 目标有平坦表面

$$x' = \frac{a_0 + a_1x + a_2y}{1 + c_1x + c_2y}, \quad y' = \frac{b_0 + b_1x + b_2y}{1 + c_1x + c_2y}$$

## □ 实际图像可以分成多个包含平坦平面的区域



# 仿射和双线性模型

## □ 仿射 (6个参数):

- 适合将一个三角形映射到一个三角形

$$\begin{bmatrix} d_x(x, y) \\ d_y(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_1x + a_2y \\ b_0 + b_1x + b_2y \end{bmatrix}$$

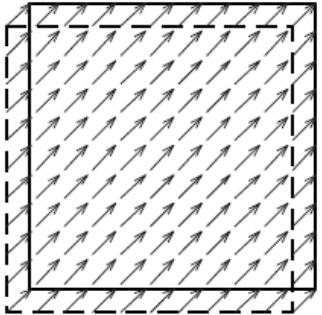
## □ 双线性 (8个参数):

- 适合将一个四边形映射为一个曲边四边形

$$\begin{bmatrix} d_x(x, y) \\ d_y(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy \\ b_0 + b_1x + b_2y + b_3xy \end{bmatrix}$$

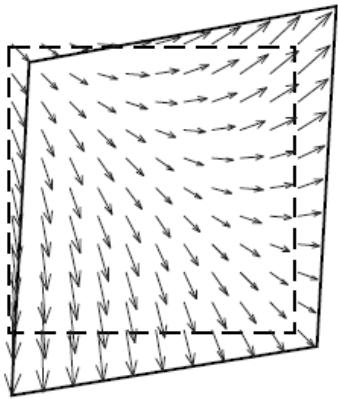
# 不同二维运动模型的运动场

平移



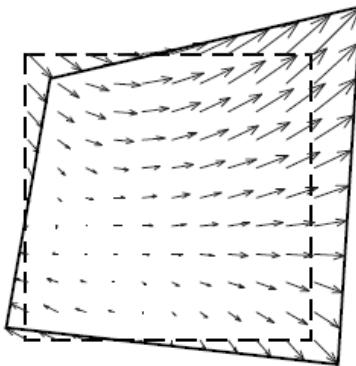
(a)

仿射



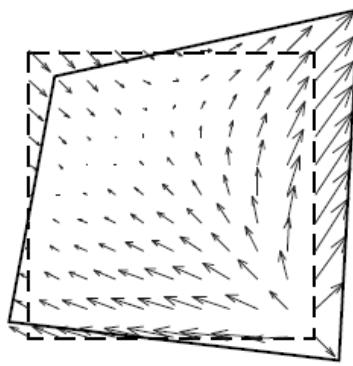
(b)

双线性



(c)

透视



(d)



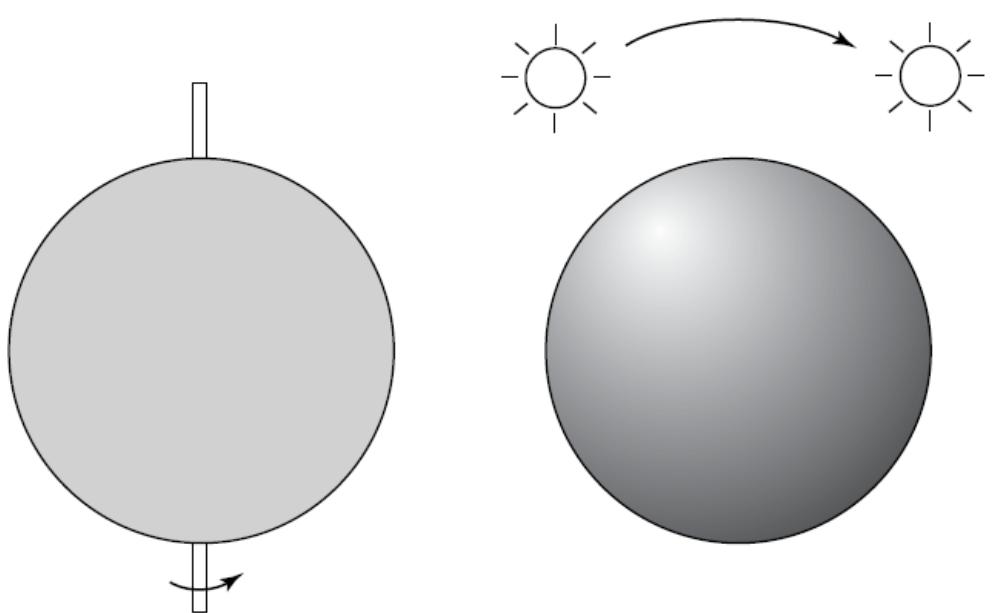
# 运动分析

---

- 二维运动模型
- **二维运动 vs. 光流**
- 运动估计中的一般方法
- 基于块的运动估计
- 可形变块匹配
- 多分辨率运动估计
- 相位相关法
- 基于深度学习的运动分析

# 二维运动 vs. 光流

- 观察到的二维运动并不一定和实际的二维运动相同
- 仅知道图像颜色信息的情况下最好的方式就是估计光流
- 光流：基于图片模式的变化“感知”二维运动，也依赖于光照和目标表面纹理



左边：球体在恒定环境照明下转动，但是观测的图像没有变化。

右边：点绕着静止的球转动，引起球上的亮点旋转。



# 光流方程

- 在光照条件未知的情况下，最优的估计方法是光流估计
- 恒定亮度假设 → 光流方程

Under "constant intensity assumption":

$$\psi(x + d_x, y + d_y, t + d_t) = \psi(x, y, t)$$

But, using Taylor's expansion:

$$\psi(x + d_x, y + d_y, t + d_t) = \psi(x, y, t) + \frac{\partial \psi}{\partial x} d_x + \frac{\partial \psi}{\partial y} d_y + \frac{\partial \psi}{\partial t} d_t$$

Compare the above two, we have the optical flow equation:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} d_x + \frac{\partial \psi}{\partial y} d_y + \frac{\partial \psi}{\partial t} d_t = 0 \quad \text{or} \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} v_x + \frac{\partial \psi}{\partial y} v_y + \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \quad \text{or} \quad \nabla \psi^T \mathbf{v} + \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0$$



# 如何使用光流方程

---

$$f_t \approx \frac{1}{4} [f(x, y, t+1) + f(x+1, y, t+1) + f(x, y+1, t+1) + f(x+1, y+1, t+1)]$$

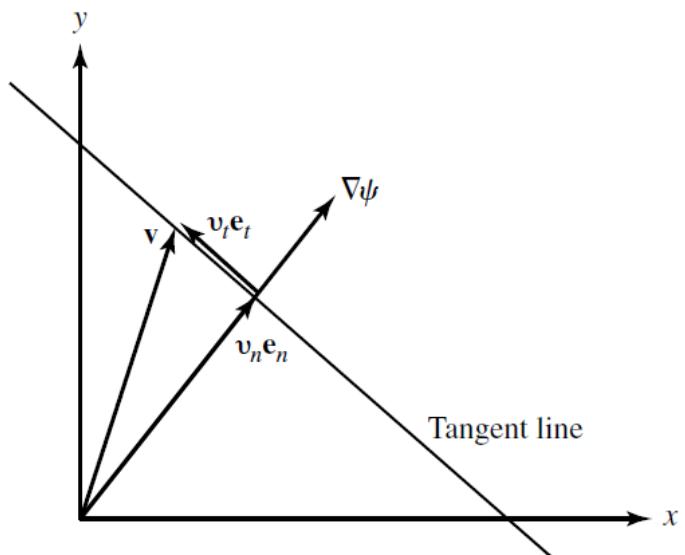
$$- \frac{1}{4} [f(x, y, t) + f(x+1, y, t) + f(x, y+1, t) + f(x+1, y+1, t)]$$

$$f_x \approx \frac{1}{4} [f(x+1, y, t) + f(x+1, y+1, t) + f(x+1, y, t+1) + f(x+1, y+1, t+1)]$$

$$- \frac{1}{4} [f(x, y, t) + f(x, y+1, t) + f(x, y, t+1) + f(x, y+1, t+1)]$$

# 运动估计的二义性

- 光流方程仅包含梯度  $\nabla \psi$  方向的流向量
- 切线方向  $\nu_t$  的流向量是未定义的
- 在恒定亮度区域  $\nabla \psi = 0$ ，光流是不确定的
  - 在平坦纹理区域，运动估计是不可靠的，更可靠的是靠近边缘的区域



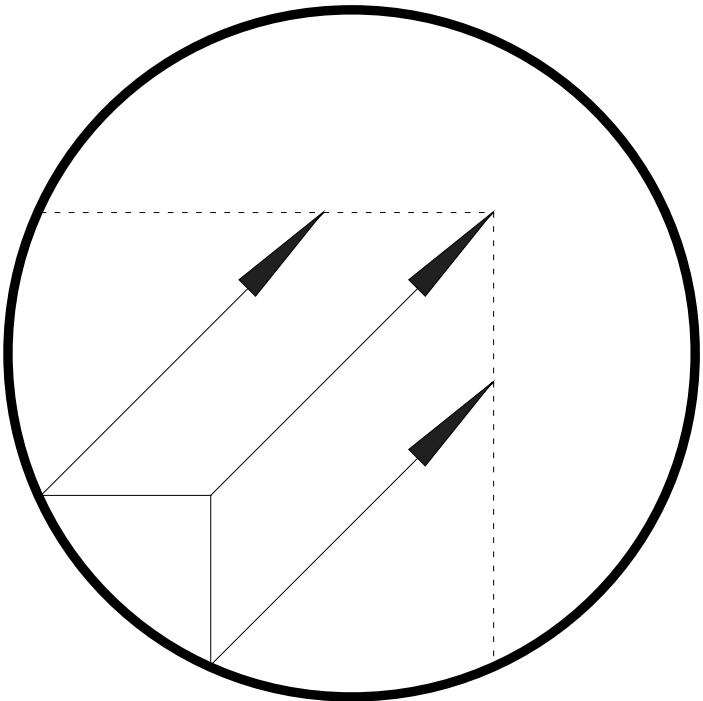
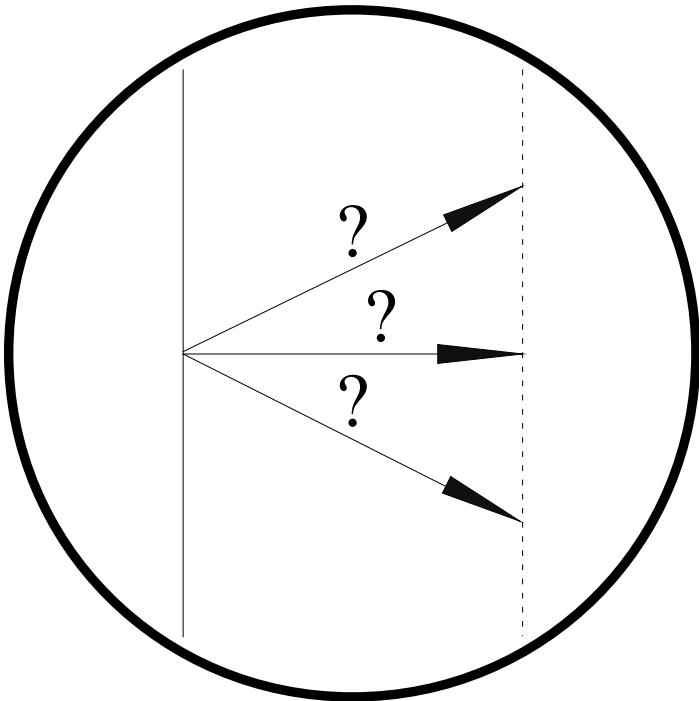
$$\nabla \psi^T \mathbf{v} + \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0$$

$$\mathbf{v} = \nu_n \mathbf{e}_n + \nu_t \mathbf{e}_t$$

$$\nu_n \|\nabla \psi\| + \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0$$

# 孔径问题 (Aperture problem)

<http://elvers.us/perception/aperture/>





# 运动分析

---

- 二维运动模型
- 二维运动 vs. 光流
- **运动估计中的一般方法**
- 基于块的运动估计
- 可形变块匹配
- 多分辨率运动估计
- 相位相关法
- 基于深度学习的运动分析



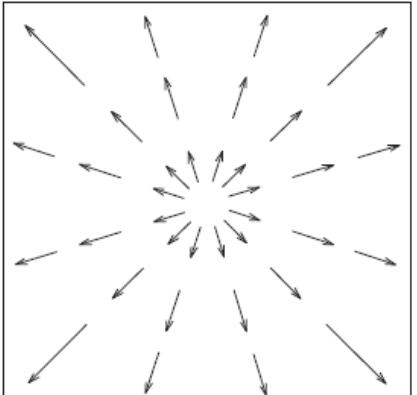
# 运动估计的一般考虑

## □ 三个重要问题

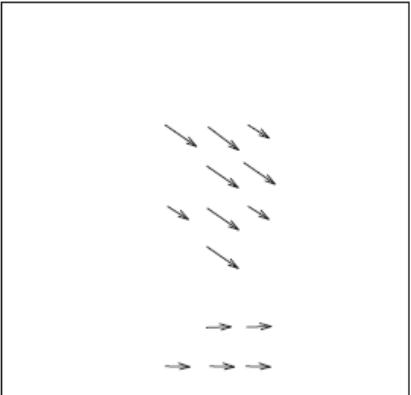
- 如何表达运动场？
- 用什么标准来估计运动参数？
- 如何搜索运动参数？

# 运动表达

整体：  
整个运动场被一些全局参数表达。

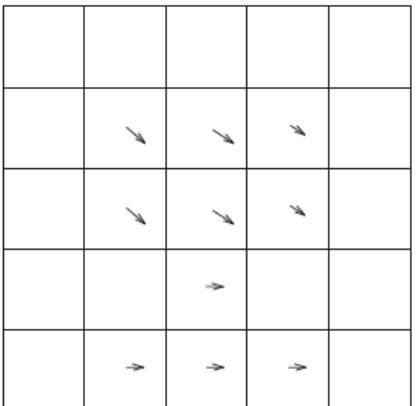


(a)

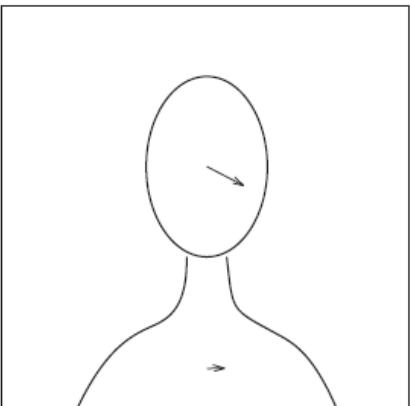


(b)

基于块：  
整个帧被分为若干个块，  
每个块中的运动由一些参数描述。



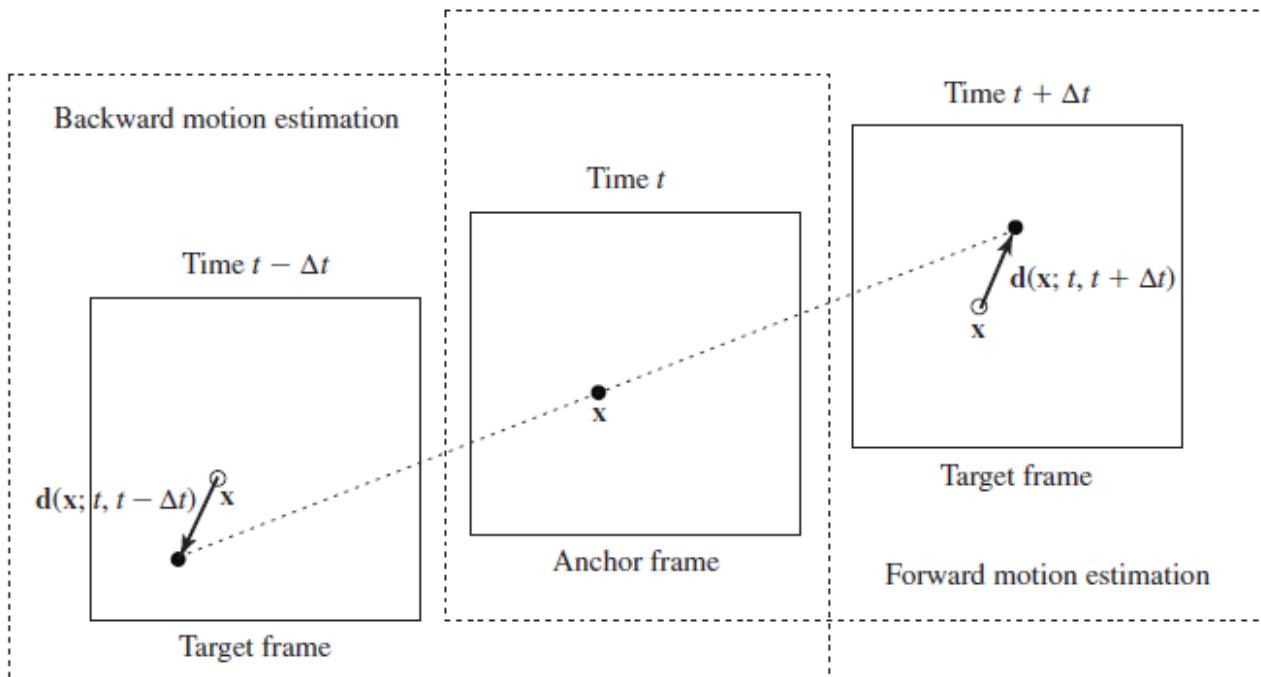
(c)



(d)

其他表达：基于网格（控制网格）

# 运动估计准则符号定义



锚帧:  $\psi_1(\mathbf{x})$

目标帧:  $\psi_2(\mathbf{x})$

运动参数:  $\mathbf{a}$

锚帧中一个像素点的运动向量:  $\mathbf{d}(\mathbf{x})$

运动场:  $\mathbf{d}(\mathbf{x}; \mathbf{a}), \mathbf{x} \in \Lambda$

映射函数:

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}; \mathbf{a}) = \mathbf{x} + \mathbf{d}(\mathbf{x}; \mathbf{a}), \mathbf{x} \in \Lambda$$



# 运动估计准则 (1)

## □ 基于位移帧差准则 (DFD criterion)

$$E_{\text{DFD}}(\mathbf{a}) = \sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} |\psi_2(\mathbf{x} + \mathbf{d}(\mathbf{x}; \mathbf{a})) - \psi_1(\mathbf{x})|^p \rightarrow \min$$

$$p = 1: \text{MAD}; \quad P = 2: \text{MSE}$$

$$\frac{\partial E_{\text{DFD}}}{\partial \mathbf{a}} = 2 \sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} (\psi_2(\mathbf{w}(\mathbf{x}; \mathbf{a})) - \psi_1(\mathbf{x})) \frac{\partial \mathbf{d}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{a}} \nabla \psi_2(\mathbf{w}(\mathbf{x}; \mathbf{a}))$$

## □ 基于光流方程准则 (OF criterion)

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial x} d_x + \frac{\partial \psi_1}{\partial y} d_y + (\psi_2 - \psi_1) = 0 \quad \text{or} \quad \nabla \psi_1^T \mathbf{d} + (\psi_2 - \psi_1) = 0$$

$$E_{\text{flow}}(\mathbf{a}) = \sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} \left| (\nabla \psi_1(\mathbf{x})^T \mathbf{d}(\mathbf{x}; \mathbf{a}) + \psi_2(\mathbf{x}) - \psi_1(\mathbf{x})) \right|^p \rightarrow \min$$

$$\frac{\partial E_{\text{flow}}}{\partial \mathbf{a}} = 2 \sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} (\nabla \psi_1(\mathbf{x})^T \mathbf{d}(\mathbf{x}; \mathbf{a}) + \psi_2(\mathbf{x}) - \psi_1(\mathbf{x})) \frac{\partial \mathbf{d}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{a}} \nabla \psi_1(\mathbf{x})$$



# 运动估计准则 (2)

- 正则化准则：利用额外的平滑项 (smoothness) 约束  
(important in pixel- and block-based representation)

$$E_s(\mathbf{a}) = \sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} \sum_{\mathbf{y} \in N_x} \|\mathbf{d}(\mathbf{x}; \mathbf{a}) - \mathbf{d}(\mathbf{y}; \mathbf{a})\|^2$$

$$w_{DFD} E_{DFD}(\mathbf{a}) + w_s E_s(\mathbf{a}) \rightarrow \min$$

- 贝叶斯准则 (Bayesian criterion): 最大化后验概率

$$P(\mathbf{D} = \mathbf{d} | \Psi_2, \Psi_1) \rightarrow \max$$

$$P(\mathbf{D} = \mathbf{d} | \Psi_2, \Psi_1) = \frac{P(\Psi_2 | \mathbf{D} = \mathbf{d}; \psi_1) P(\mathbf{D} = \mathbf{d}; \psi_1)}{P(\Psi_2 | \psi_1)}$$

$$\mathbf{d}_{MAP} = \operatorname{argmax}_{\mathbf{d}} \{P(\Psi_2 | \mathbf{D} = \mathbf{d}; \psi_1) P(\mathbf{D} = \mathbf{d}; \psi_1)\}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{MAP} &= \operatorname{argmax}_{\mathbf{d}} \{P(\mathcal{E} = e) P(\mathbf{D} = \mathbf{d}; \psi_1)\} \\ &= \operatorname{argmin}_{\mathbf{d}} \{-\log P(\mathcal{E} = e) - \log P(\mathbf{D} = \mathbf{d}; \psi_1)\} \end{aligned}$$



# 不同准则之间的联系

- OF误差准则 (OF criterion) 只有当运动较小的情况下表现良好
- 在OF误差准则下, 当目标函数是MV的二次函数时, 那么该函数具有封式解
- 当运动较大时, 最好应用DFD误差准则
- 基于Bayesian准则 (Bayesian criterion) 的运动估计可以被简化为具有适当平滑约束的基于DFD的估计



# 优化方法

- 穷举搜索
  - 通常在DFD准则 ( $p=1$ ) 下被采用
  - 保证达到全局最优解
  - 当同时搜索的参数数目很大时, 所需计算量可能是不可接受的
  - 改进的快速搜索算法可以达到次优解并减少搜索时间
- 基于梯度搜索
  - 通常在DFD准则 ( $p=2$ ) 和OF准则 ( $p=2$ ) 下被采用
    - ✓ 梯度往往可以被解析计算得到
    - ✓ 在OF准则下, 通常可以得到闭式解
  - 容易得到一个接近于初始解的局部最优解, 需要通过先验知识获得一个良好的初始解
- 多分辨率搜索策略
  - 由粗到精地搜索, 比穷举搜索迅速
  - 避免陷入局部最优解



# 运动分析

---

- 二维运动模型
- 二维运动 vs. 光流
- 运动估计中的一般方法
- **基于块的运动估计**
- 可形变块匹配
- 多分辨率运动估计
- 相位相关法
- 基于深度学习的运动分析



# 块匹配算法

- 假设一个块内所有像素都具有一致的运动，即可独立地估计每个块的运动参数
- 块匹配算法 (BMA): 仅**平移运动**, 对每个块估计一个MV (1 MV, 2 parameter)
  - 穷举BMA (EBMA)
  - 快速算法



# 块匹配算法 (BMA)

## □ 概述：

- 假设块中所有像素仅有同一个平移运动，用一个MV即可表示
- 通过最小化块中的DFD误差，估计MV

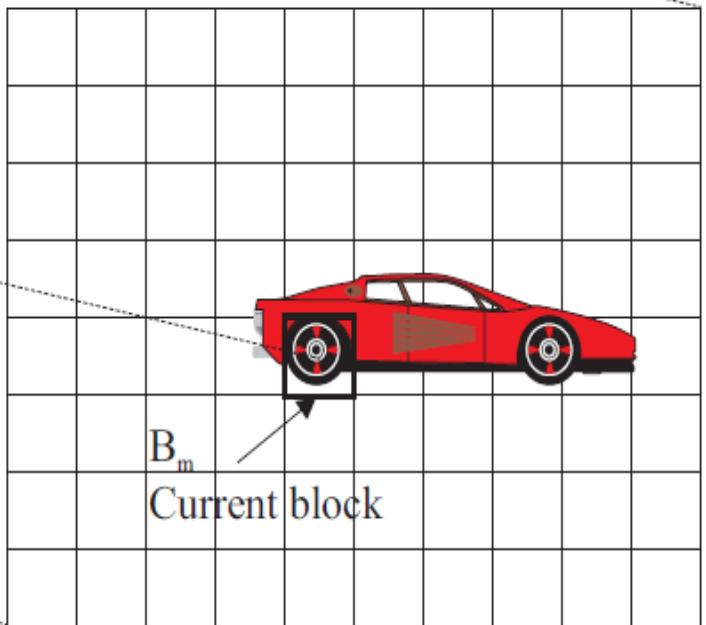
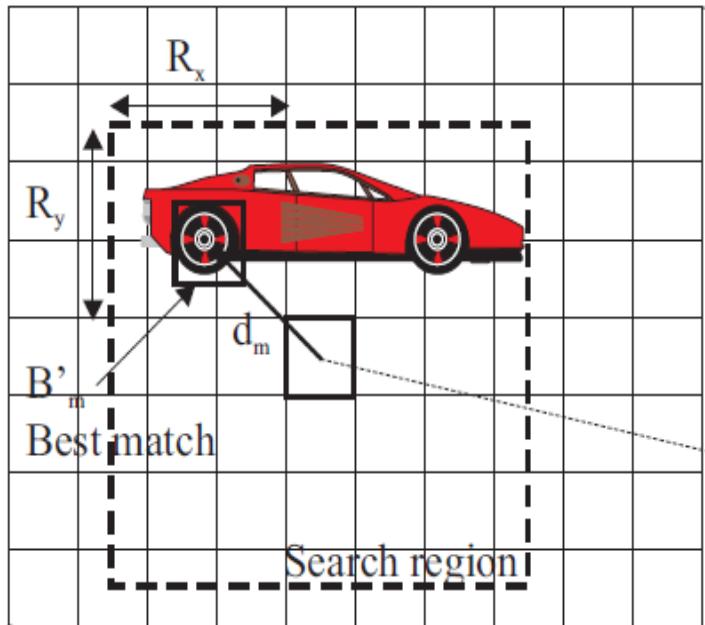
## □ 目标函数：

$$E_{\text{DFD}}(\mathbf{d}_m) = \sum_{\mathbf{x} \in B_m} |\psi_2(\mathbf{x} + \mathbf{d}_m) - \psi_1(\mathbf{x})|^p \rightarrow \min$$

## □ 优化方法：

- 穷举搜索
  - ✓ 每次只需要求解一个MV
  - ✓ 可使用MAD准则，即  $p=1$
- 快速搜索算法
- 整数精度搜索 vs. 分数精度搜索

# 穷举BMA (EBMA)





# 整数像素精度EBMA复杂度

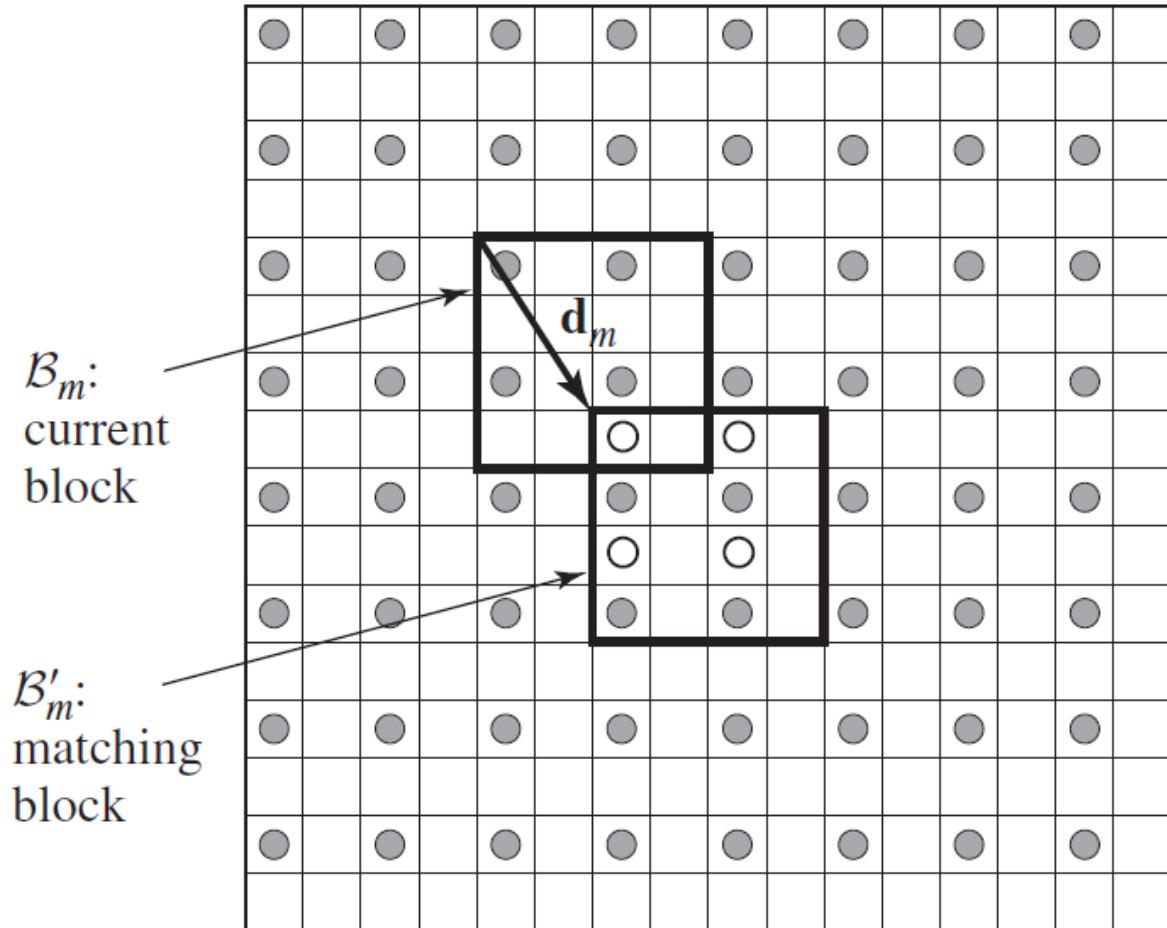
- 假设
  - 图像尺寸:  $M \times M$
  - 块尺寸:  $N \times N$
  - 搜索范围:  $(-R, R)$  in each dimension
  - 搜索步长: 1 pixel (assuming integer MV)
- 操作数 (Operation counts):
  - (1 operation=1 “-”, 1 “abs”, 1 “+”)
  - 每个候选位置的像素灰度比较数:  $N^2$
  - 每个参考块需要遍历的候选位置:  $(2R + 1)^2$
  - 整一帧:  $(M/N)^2 (2R + 1)^2 N^2 = M^2 (2R + 1)^2$ 
    - ✓ 独立于块尺寸!
- 例子:  $M=512, N=16, R=16, 30 \text{ fps}$ 
  - 总操作数 =  $2.85 \times 10^8/\text{frame} \times 30 \text{ frame/s} = 8.55 \times 10^9/\text{s}$
- 适用于超大规模集成电路 (VLSI) 进行实现
  - 软件实现困难



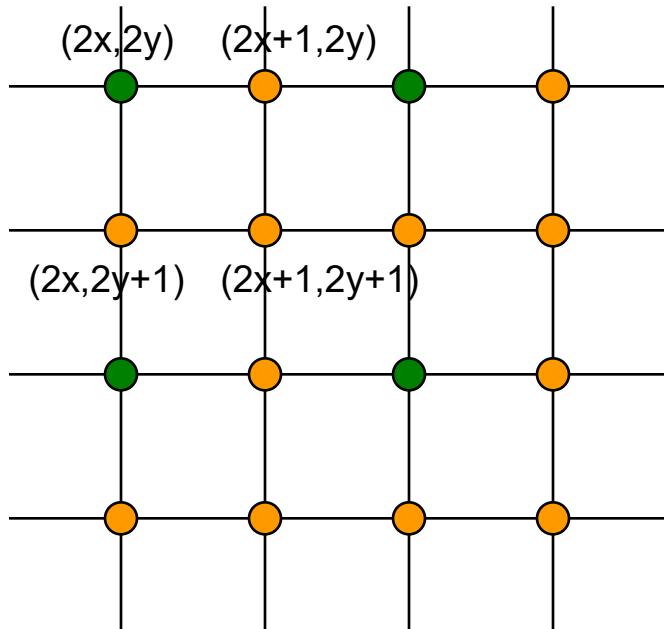
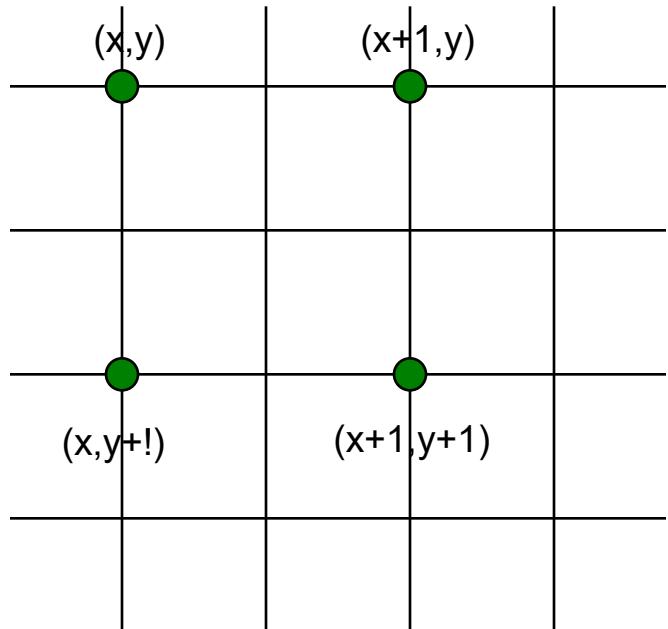
# 分数像素精度EBMA

- MV估计中，搜索步长并不一定是一个整数，在实际情况下，分数步长可能更合适
- 半像素精度EBMA:  $\text{step-size} = 1/2 \text{ pixel in both dimension}$
- 困难：
  - 目标帧仅有整数像素点
- 解决方案：
  - 在搜索之前目标帧先进行2倍内插
- 计算复杂度：
  - 4倍于整数像素精度，并加上额外的插值开销
- 快速算法：
  - 首先以整数精度进行搜索，然后在小范围内以半像素精度进行细化

# 半像素精度EBMA



# 双线性插值



$$O[2x, 2y] = I[x, y]$$

$$O[2x+1, 2y] = (I[x, y] + I[x+1, y]) / 2$$

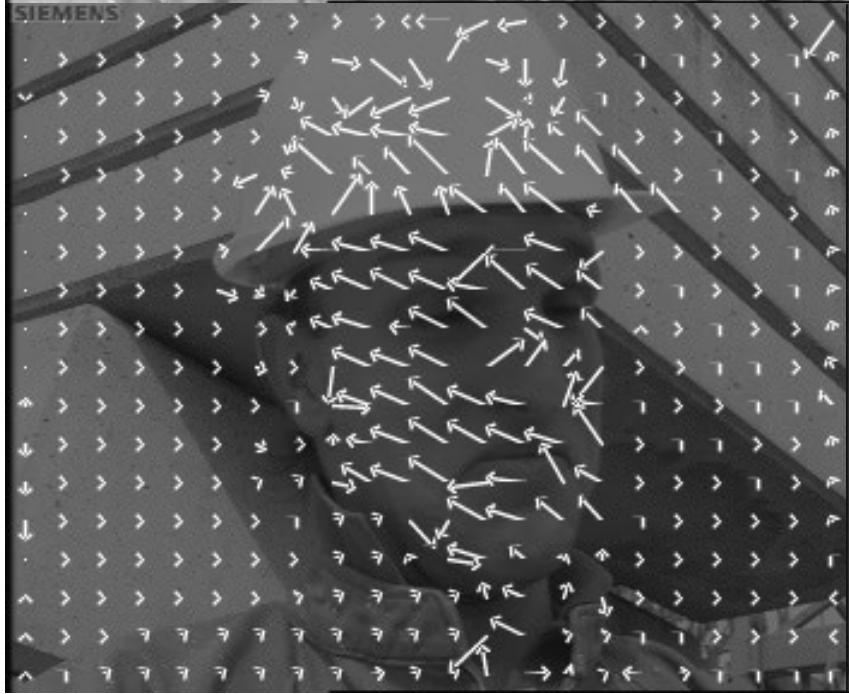
$$O[2x, 2y+1] = (I[x, y] + I[x+1, y]) / 2$$

$$O[2x+1, 2y+1] = (I[x, y] + I[x+1, y] + I[x, y+1] + I[x+1, y+1]) / 4$$

target frame



Motion field



Example: 半像素精度EBMA



Predicted anchor frame (29.86dB)





# BMA快速算法

## □ 如何减少EBMA计算量?

- 降低搜索候选块的数量：
  - ✓ 只搜索那些可能产生小误差的块
  - ✓ 根据之前的搜索结果，预测可能剩下的候选块
- 简化误差度量准则 (DFD)

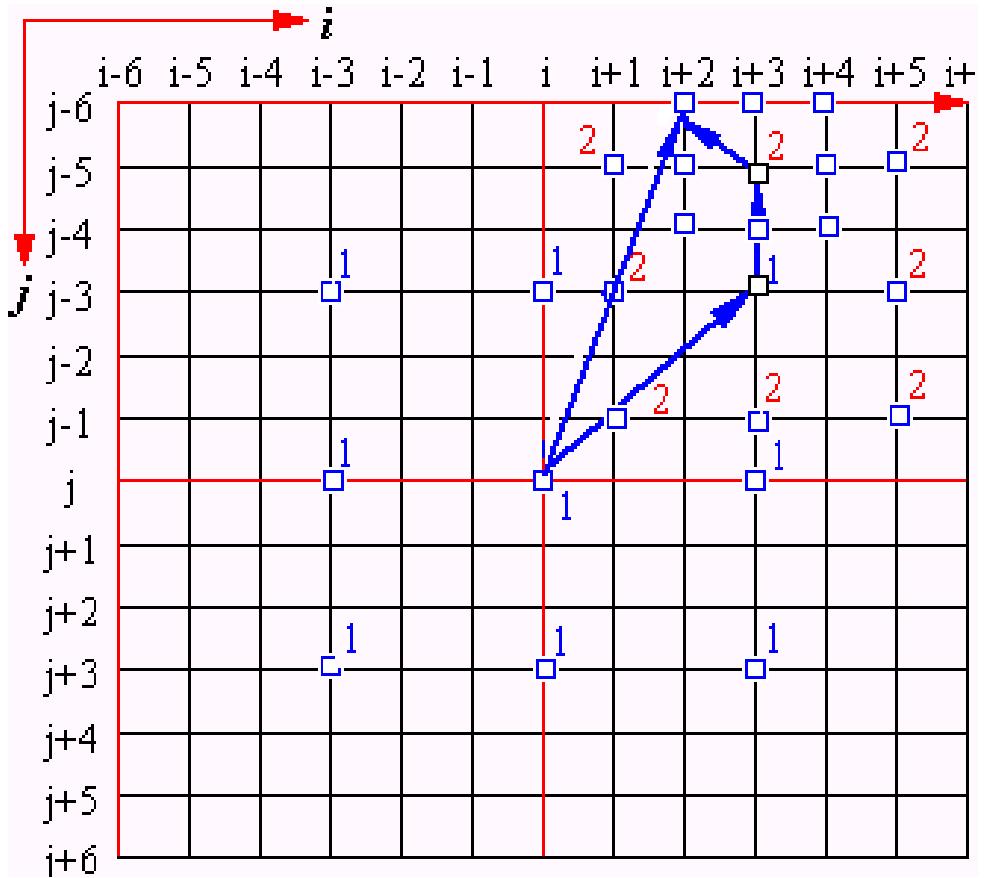
## □ 经典的快速算法

- 三步搜索法 (Three-step)
- 二维对数搜索法 (2D-log)

## □ 还有许多新的快速算法

- 有些适合软件实现，有些适合VLSI实现

# 三步搜索法



$R_0$ : initial search step

Search step L

$$L = \lfloor \log_2 R_0 + 1 \rfloor$$

Total number:  $8L+1$

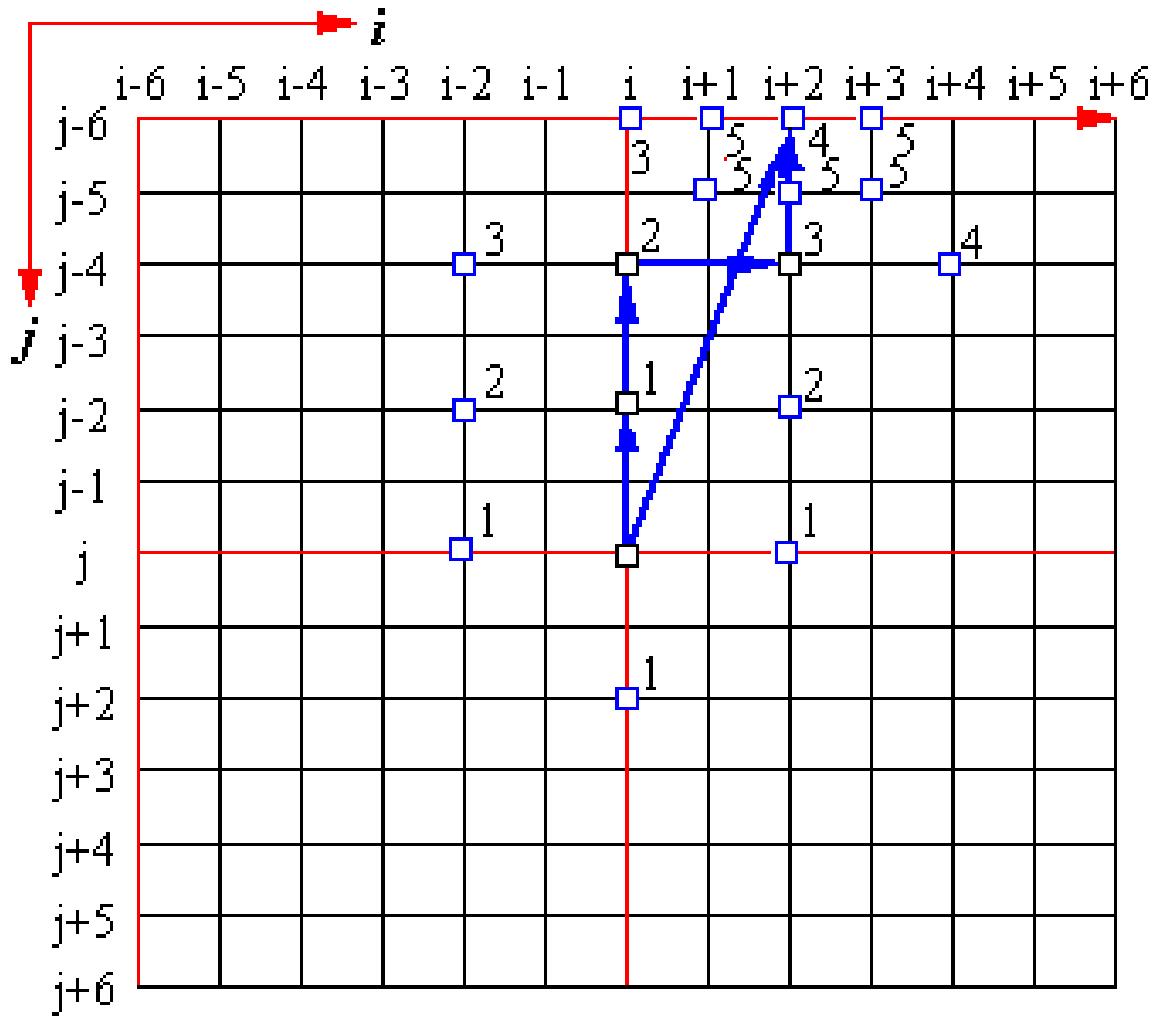
For example

$$R=32$$

$$\text{EBMA: } 4225 = (2R+1)^2$$

$$\text{3Step: } 41 = 8*5+1$$

# 二维对数搜索法





# EBMA存在的问题(I)

## □ 块效应 (块边界的不连续性)

- 基于块的平移运动模型不准确，实际的运动情况比平移更复杂
  - ✓ 解决方案: 可形变BMA (deformable BMA)
- 在一个块中可能有多个具有不同运动的对象
  - ✓ 解决方案:
    - 基于区域的运动估计
    - 基于网格模型的运动估计
- 光照影响
  - ✓ 进行光照补偿以满足“恒定光强假设”



# EBMA存在的问题 (II)

## □ 运动场混乱

- 原因：逐块**独立**地估计MV
- 解决方案：
  - ✓ 加入显式的**平滑约束项**
  - ✓ 多分辨率方法
  - ✓ 基于网格模型的运动估计

## □ 平坦区的MV预测出错

- 当空间上梯度接近于零时，运动难以确定
- 应该使用非规则的理想的分块
- 解决方案：基于区域的运动估计

## □ 需要巨大的计算量

- 解决方案：
  - ✓ 快速算法：多分辨率方法

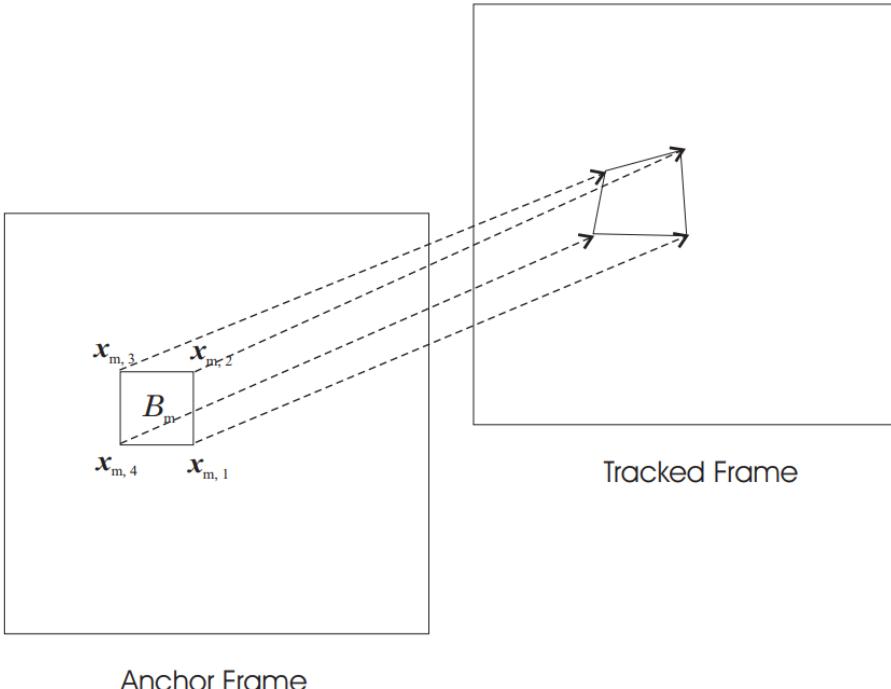


# 运动分析

- 二维运动模型
- 二维运动 vs. 光流
- 运动估计中的一般方法
- 基于块的运动估计
- **可形变块匹配**
- 多分辨率运动估计
- 相位相关法
- 基于深度学习的运动分析

# 可形变块匹配

- 之前的图像块匹配算法主要考虑平移运动，无法刻画旋转、缩放、仿射等更高阶的运动
- 可形变块匹配算法
  - 面向更高阶运动的图像块匹配算法

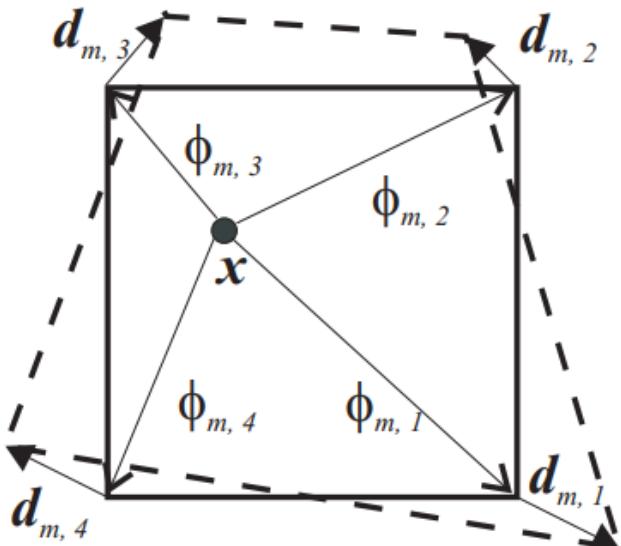


# 可形变块匹配

## □ 基于顶点的运动信息表征

- 基于参数的运动模型不适合与现有编码框架
- 使用顶点的运动信息表示

$$\mathbf{d}_m(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^K \phi_{m,k}(\mathbf{x}) \mathbf{d}_{m,k}, \quad \mathbf{x} \in \mathcal{B}_m$$





# 可形变块匹配

## □ 运动估计方法

$$E(\mathbf{a}) = \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{B}} |\psi_2(\mathbf{w}(\mathbf{x}; \mathbf{a})) - \psi_1(\mathbf{x})|^p$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}; \mathbf{a}) = \mathbf{x} + \sum_{k \in \mathcal{K}} \phi_k(\mathbf{x}) \mathbf{d}_k$$

## □ 基于梯度的方法

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{a}}(\mathbf{a}) = \left[ \frac{\partial E}{\partial \mathbf{a}_x}(\mathbf{a}), \frac{\partial E}{\partial \mathbf{a}_y}(\mathbf{a}) \right]^T$$

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{a}_x}(\mathbf{a}) = 2 \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{B}} e(\mathbf{x}; \mathbf{a}) \frac{\partial \psi_2(\mathbf{w}(\mathbf{x}; \mathbf{a}))}{\partial x} \phi(\mathbf{x}),$$

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{a}_y}(\mathbf{a}) = 2 \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{B}} e(\mathbf{x}; \mathbf{a}) \frac{\partial \psi_2(\mathbf{w}(\mathbf{x}; \mathbf{a}))}{\partial y} \phi(\mathbf{x}).$$



# 运动分析

---

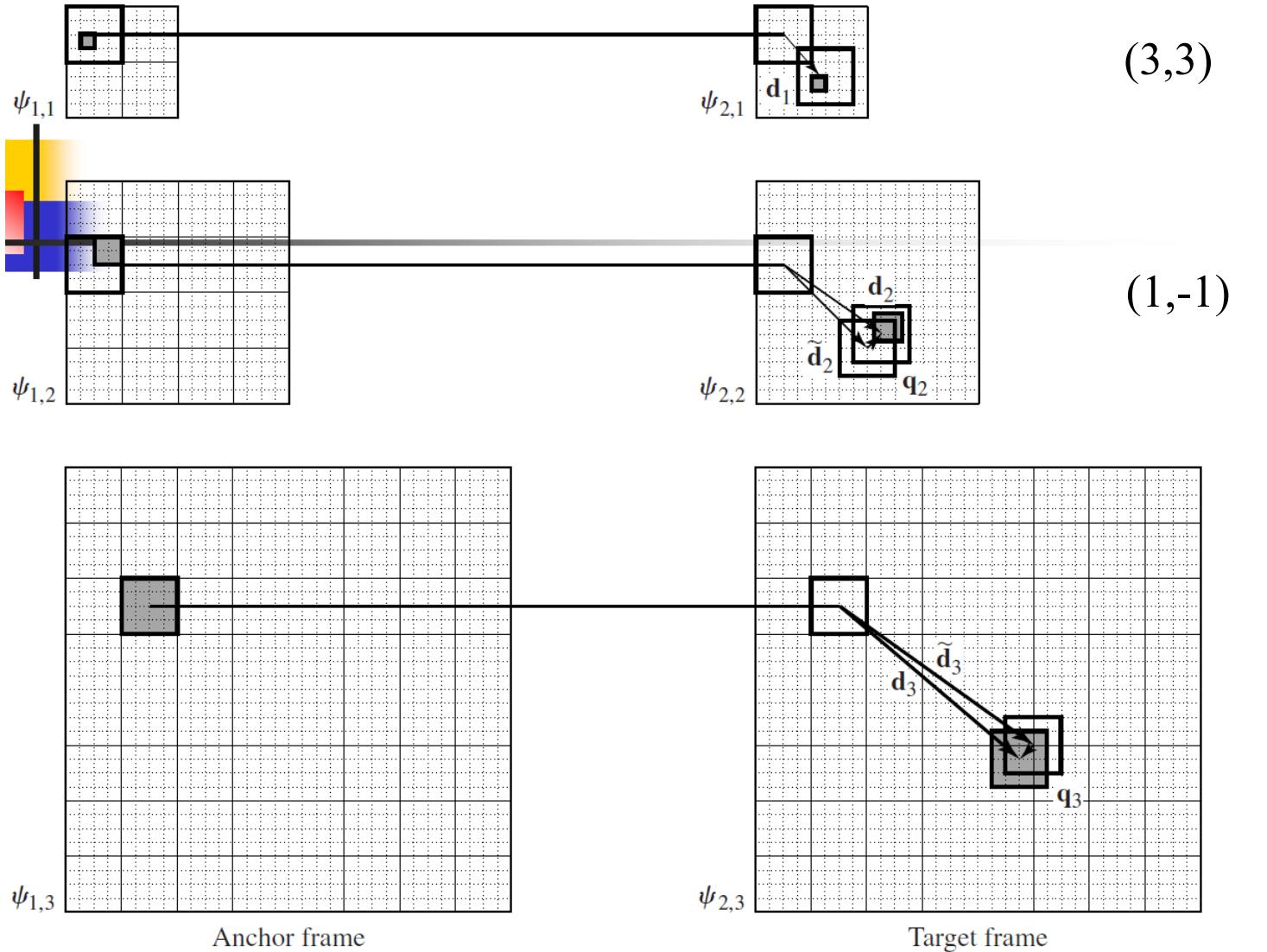
- 二维运动模型
- 二维运动 vs. 光流
- 运动估计中的一般方法
- 基于块的运动估计
- 可形变块匹配
- **多分辨率运动估计**
- 相位相关法
- 基于深度学习的运动分析



# 多分辨率运动估计

- BMA存在缺陷
  - 除非使用穷举搜索，否则可能难以达到全局最优解
  - 穷举搜索需要非常大的计算量
  - 基于块的平移运动模型并不总是合适的
- 多分辨率估计方法
  - 解决上述前两个问题
  - 首先在低通滤波、下采样的图像对上，进行**低分辨率**下的运动估计
    - ✓ 通常能得到一个接近于真实运动场的解
  - 然后在较小的搜索范围内以**更高的分辨率**逐步改善初始解
    - ✓ 降低计算量
  - 可以应用于不同的运动场景下，后续内容中我们只集中介绍其在BMA中的应用

# 分层块匹配算法 (HBMA)





# 分层块匹配算法 (HBMA)

Number of levels: L

lth level image:  $\Psi_{t,l}(X), X \in \Lambda_l, t = 1, 2$

Interpolation operator:  $\tilde{d}_l(X) = \mathcal{U}(d_{l-1}(X))$

Error function:  $\sum_{X \in \Lambda_l} |\Psi_{2,l}(X + \tilde{d}_l(X) + q_l(X)) - \Psi_{1,l}(X)|^p$

Update motion vector:  $d_l(X) = \tilde{d}_l(X) + q_l(X)$

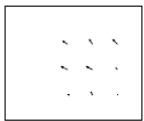
MV at lth level prediction:

$\tilde{d}_{l,m,n}(X) = \mathcal{U}(d_{l-1,\lfloor m/2 \rfloor, \lfloor n/2 \rfloor}(X)) = 2d_{l-1,\lfloor m/2 \rfloor, \lfloor n/2 \rfloor}(X)$

Total motion:

$d_l(X) = q_L(X) + \mathcal{U}(q_{L-1}(X) + \mathcal{U}(q_{L-2}(X) \dots + \mathcal{U}(q_1(X) + d_0(X)) \dots))$

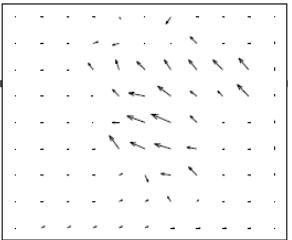
# 分层块匹配算法 (HBMA)



(a)



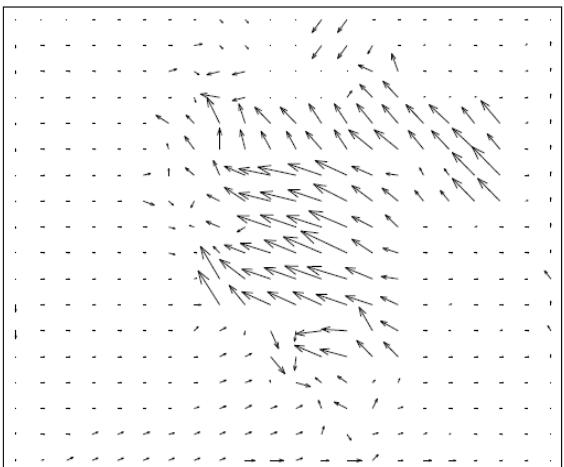
(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

Example: Three-level HBMA

Predicted anchor frame (29.32dB)



# HBMA复杂度

- 假设
  - 图像尺寸:  $M \times M$
  - 块尺寸:  $N \times N$  at every level; Levels:  $L$
  - 搜索范围:
    - ✓ 1<sup>st</sup> level:  $R/2^{(L-1)}$  (Equivalent to  $R$  in  $L$ -th level)
    - ✓ Other levels:  $R/2^{(L-1)}$  (can be smaller)
- EBMA
  - 图像尺寸=  $M \times M$ , 块尺寸=  $N \times N$ , 搜索范围=  $(-R, R)$
  - 操作数:  $M^2 (2R + 1)^2$
- HBMA  $l$ -th level 操作数 (图像尺寸:  $M/2^{L-l}$ )  
$$(M / 2^{L-l})^2 (2R / 2^{L-l} + 1)^2$$
- HBMA总操作数  
$$\sum_{l=1}^L (M / 2^{L-l})^2 (2R / 2^{L-l} + 1)^2 \approx \frac{1}{3} 4^{-(L-2)} 4M^2 R^2$$
- EBMA / HBMA:  $3 \cdot 4^{(L-2)} = 3(L=2); 12(L=3)$

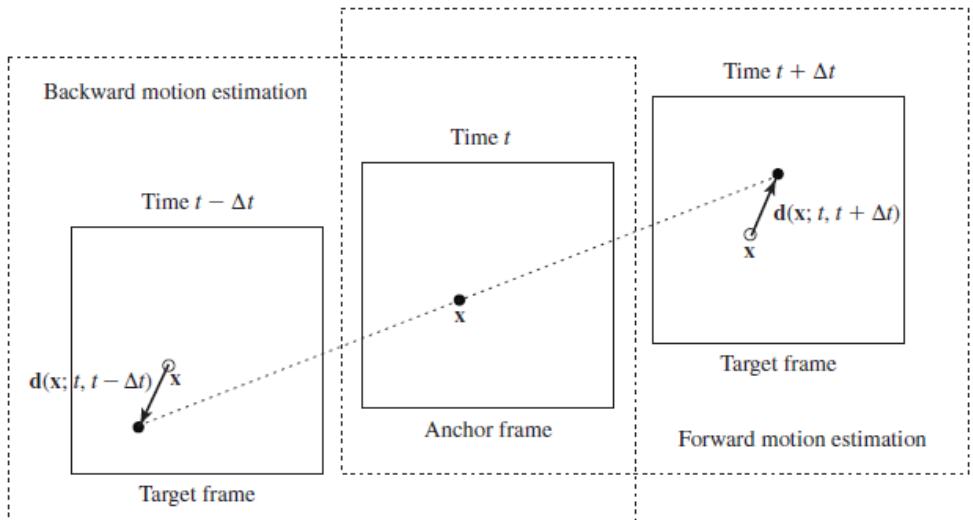


# 运动分析

---

- 二维运动模型
- 二维运动 vs. 光流
- 运动估计中的一般方法
- 基于块的运动估计
- 可形变块匹配
- 多分辨率运动估计
- **相位相关法**
- 基于深度学习的运动分析

# 相位相关法



## 识别相位相关函数的峰值 (PCF)

$$\psi_1(X) = \psi_2(X + d)$$

$$\bar{\psi}_1(f) = \bar{\psi}_2(f) \cdot e^{j2\pi d^T f}$$

$$\tilde{\psi}(f) = \frac{\bar{\psi}_1(f) \cdot \bar{\psi}_2^*(f)}{|\bar{\psi}_2(f) \cdot \bar{\psi}_2^*(f)|} = e^{j2\pi d^T f}$$

$$PCF(X) = F^{-1}\{\tilde{\psi}(f)\} = \delta(X + d)$$

### □ Note

- 减轻边界采样效应：空间域加权窗函数
- 广泛应用于图像配准
- 优点：对光照变化不敏感



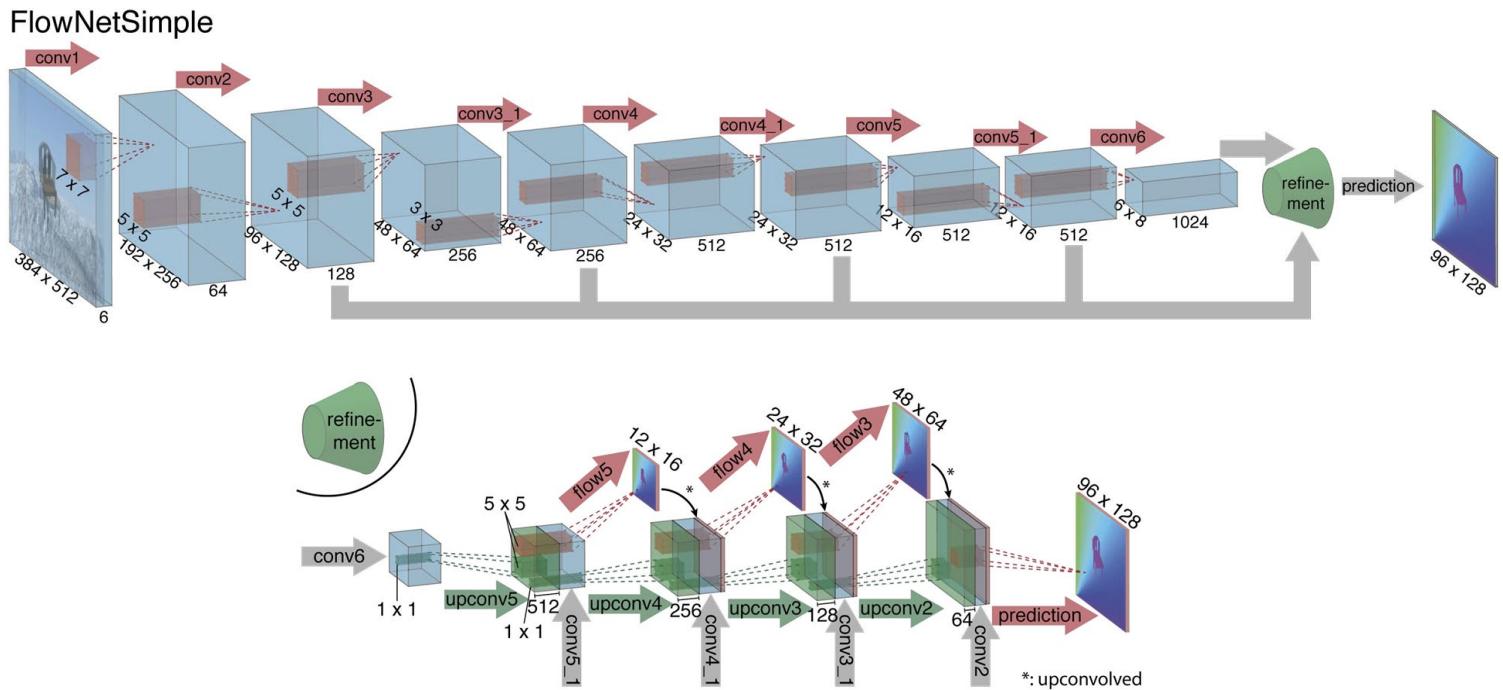
# 运动分析

- 二维运动模型
- 二维运动 vs. 光流
- 运动估计中的一般方法
- 基于块的运动估计
- 可形变块匹配
- 多分辨率运动估计
- 相位相关法
- **基于深度学习的运动分析**

# 基于图像对的光流估计

## □ FlowNet

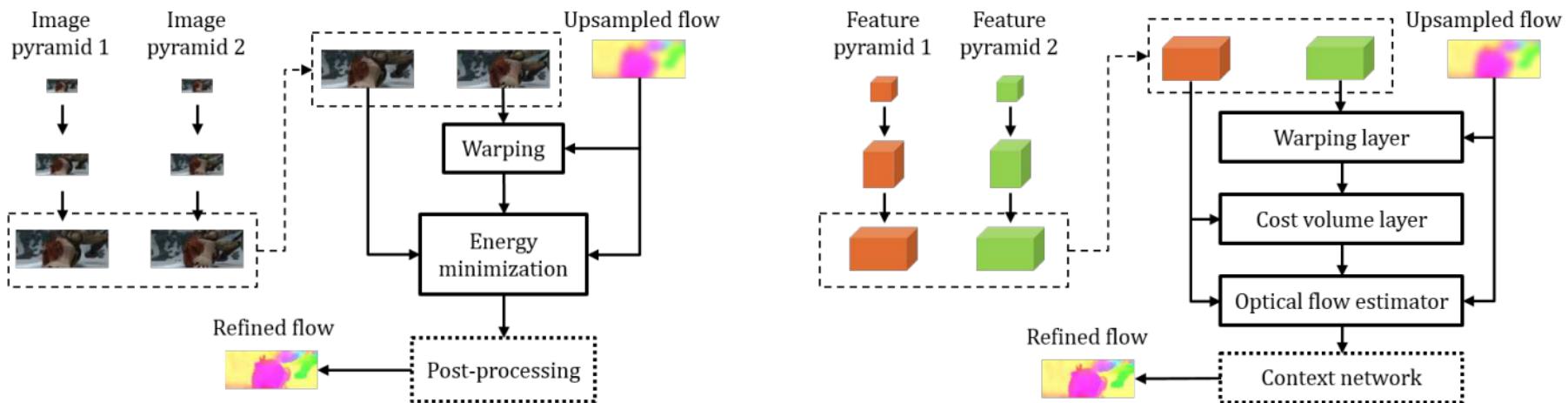
- 第一个基于深度学习的光流网络
- 构建了仿真数据集 Flying Chairs
- 类似于U-Net的网络结构



# 基于图像对的光流估计

## □ PWC-Net

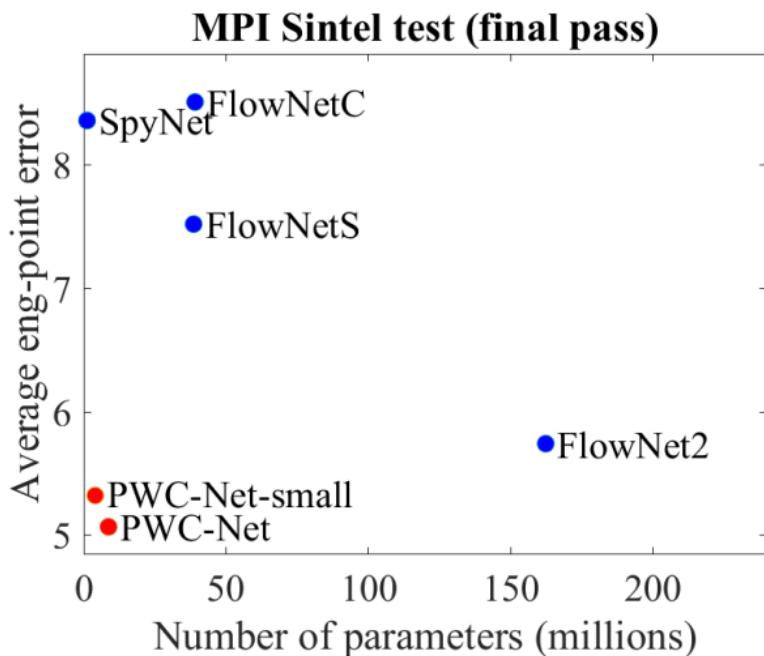
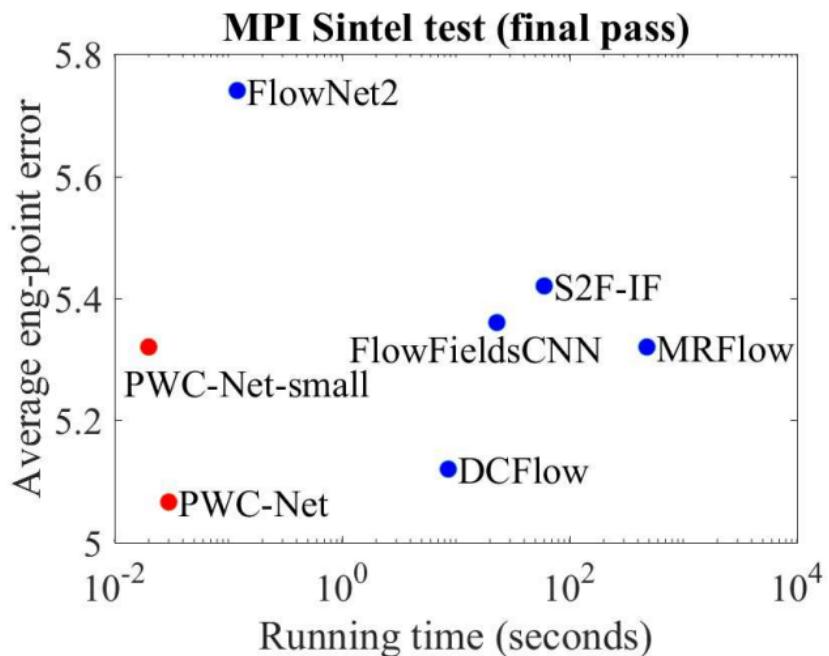
- Feature pyramid
- Cost volume layer: store the matching costs for associating a pixel with its corresponding pixels at the next frame
- Context network: enlarge the receptive field size of each output unit at the desired pyramid level



# 基于图像对的光流估计

## □ PWC-Net

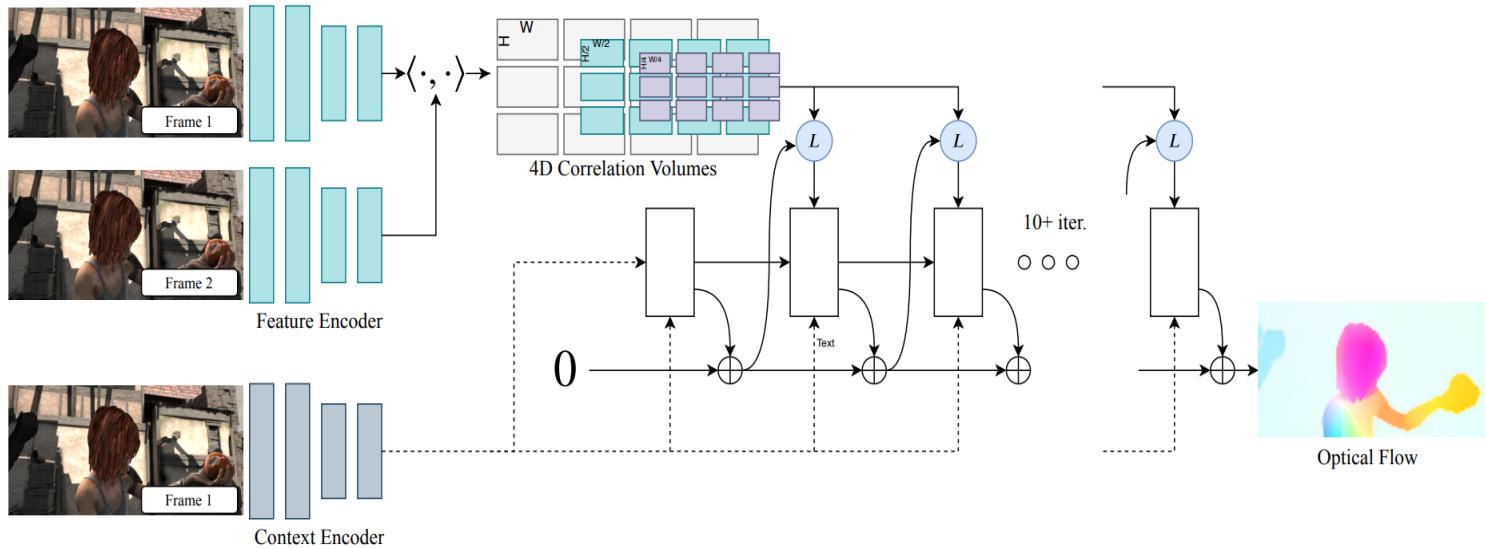
- PWC achieves the best performance at that time
- SpyNet has the lowest complexity



# 基于图像对的光流估计

## □ RAFT

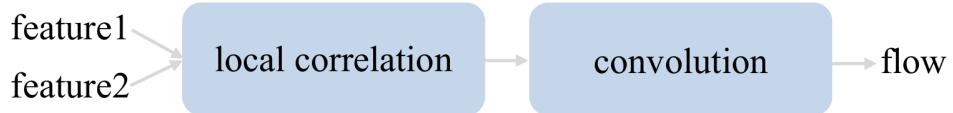
- 高分辨率下直接计算所有像素对的cost volume；inference极端多次迭代仅需计算一次
- 迭代网络是一个GRU，每次迭代共享参数，理论上可以无数次迭代；较为普适的一种渐进式思路
- 取得了当时最优的性能和泛化能力



# 基于图像对的光流估计

## □ 基于Transformer的方法：GMFlow

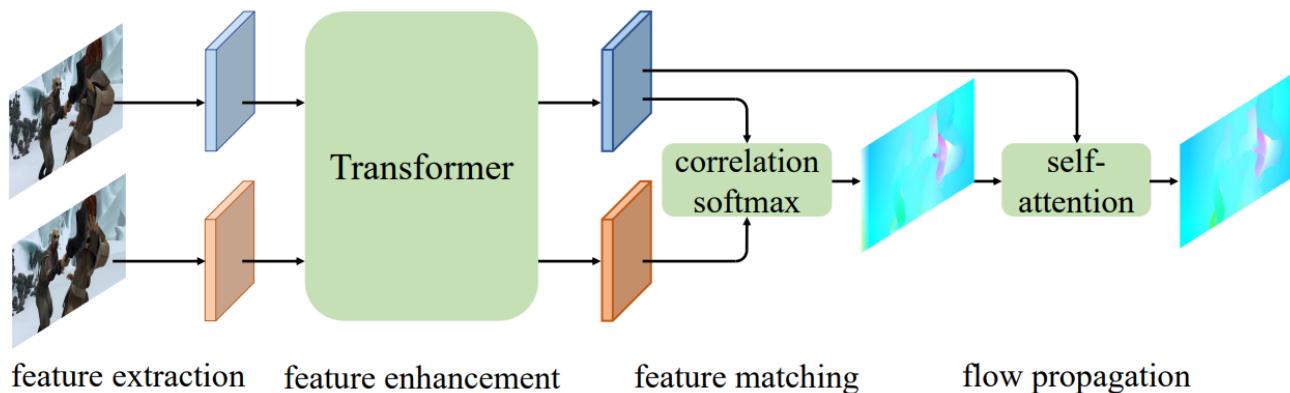
- Global correlation matching



(a) previous flow estimation approach



(b) GMFlow



# 基于图像对的光流估计

- 基于Transformer的方法：GMFlow
  - Best performance and efficiency than RAFT

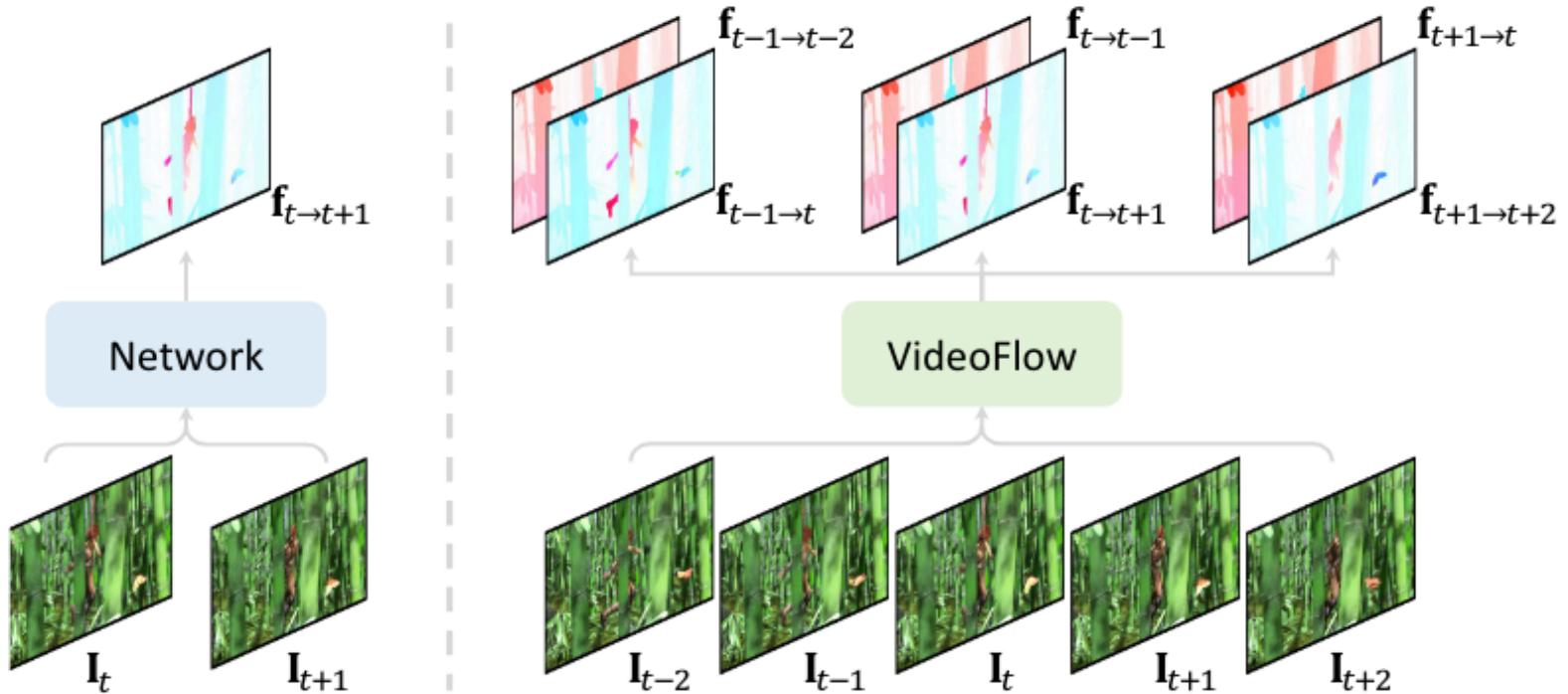
Method	#refine.	Things (val, clean)				Sintel (train, clean)				Sintel (train, final)				Param (M)	Time (ms)
		EPE	$s_{0-10}$	$s_{10-40}$	$s_{40+}$	EPE	$s_{0-10}$	$s_{10-40}$	$s_{40+}$	EPE	$s_{0-10}$	$s_{10-40}$	$s_{40+}$		
RAFT [39]	0	14.28	1.47	3.62	40.48	4.04	0.77	4.30	26.66	5.45	0.99	6.30	35.19	5.3	25 (14)
	3	6.27	0.69	1.67	17.63	1.92	0.47	2.32	11.37	3.25	0.65	4.00	20.04		39 (21)
	7	4.66	0.55	1.38	12.87	1.61	0.39	1.90	9.61	2.80	0.53	3.30	17.76		58 (31)
	11	4.31	0.53	1.33	11.79	1.55	0.41	1.73	9.19	2.72	0.52	3.12	17.43		78 (41)
	23	4.22	0.53	1.32	11.52	1.47	0.36	1.63	9.00	2.69	0.52	3.05	17.28		133 (71)
	31	4.25	<b>0.53</b>	1.31	11.63	1.41	0.32	1.55	8.83	2.69	0.52	3.00	17.45		170 (91)
GMFlow	0	3.48	0.67	1.31	8.97	1.50	0.46	1.77	8.26	2.96	0.72	3.45	17.70	4.7	57 (26)
	1	<b>2.80</b>	<b>0.53</b>	<b>1.01</b>	<b>7.31</b>	<b>1.08</b>	<b>0.30</b>	<b>1.25</b>	<b>6.26</b>	<b>2.48</b>	<b>0.51</b>	<b>2.81</b>	<b>15.67</b>	4.7	151 (66)

Table 3. RAFT’s iterative refinement framework vs. our GMFlow framework. The models are trained on Chairs and Things training sets. We use RAFT’s officially released model for evaluation. The inference time is measured on a single V100 and A100 (in parentheses) GPU at Sintel resolution ( $436 \times 1024$ ). Our framework gains more speedup than RAFT ( $2.29 \times$  vs.  $1.87 \times$ , i.e., ours:  $151 \rightarrow 66$ , RAFT:  $170 \rightarrow 91$ ) on the high-end A100 GPU since our method doesn’t require a large number of sequential computation.

# 基于多帧的光流估计

## □ VideoFlow

- 同时对多帧估计双向光流



# 基于多帧的光流估计

## □ VideoFlow

- Using three frames as an example
- Other structures similar to RAFT

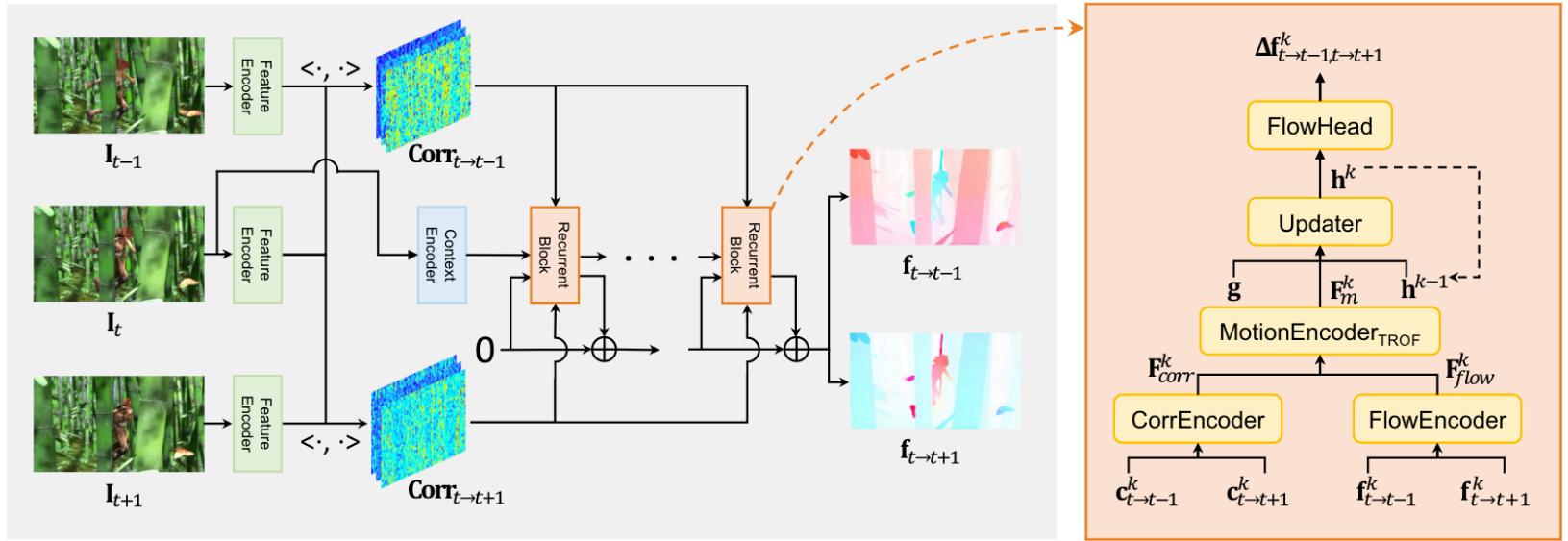
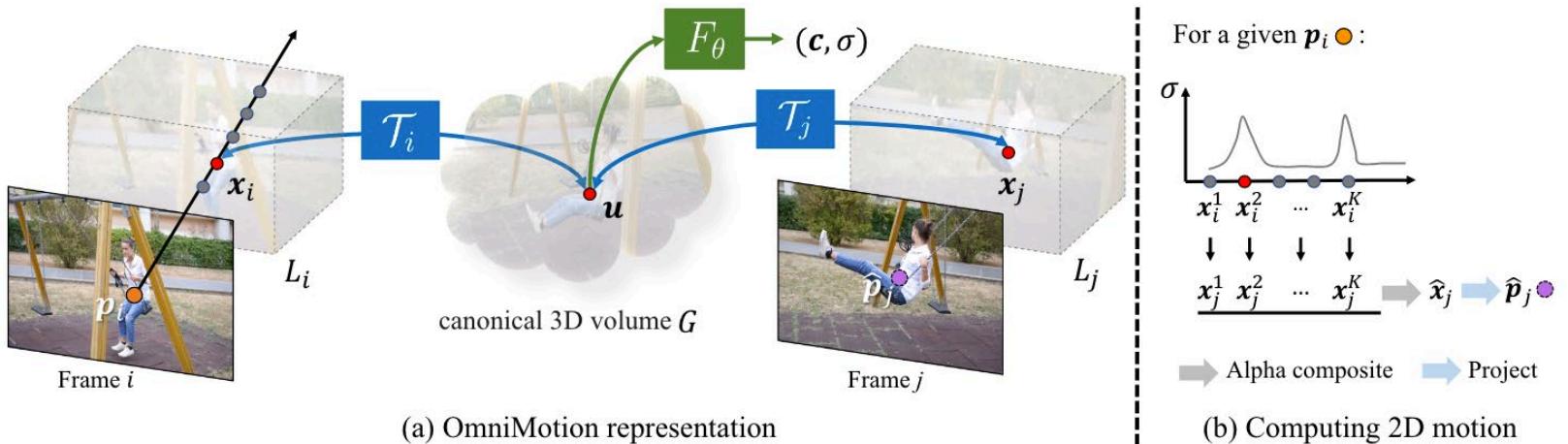


Figure 2. **Overview of VideoFlow in the three-frame setting.** Given a triplet of frames as input, VideoFlow jointly estimates bi-directional optical flows from the center frame to the adjacent previous and next frames. After building dual cost volumes, it recurrently fuses bi-directional flow features and correlation features to update flow predictions. The orange block on the right illustrates the recurrent flow refinement block.

# 基于三维表征的光流估计

## □ OmniMotion

- 从2D回到3D
- 3D空间不存在遮挡问题



# 基于三维表征的光流估计

## □ OmniMotion

- 从表征中提取的伪深度图，说明确实可以把深度估计得较为准确

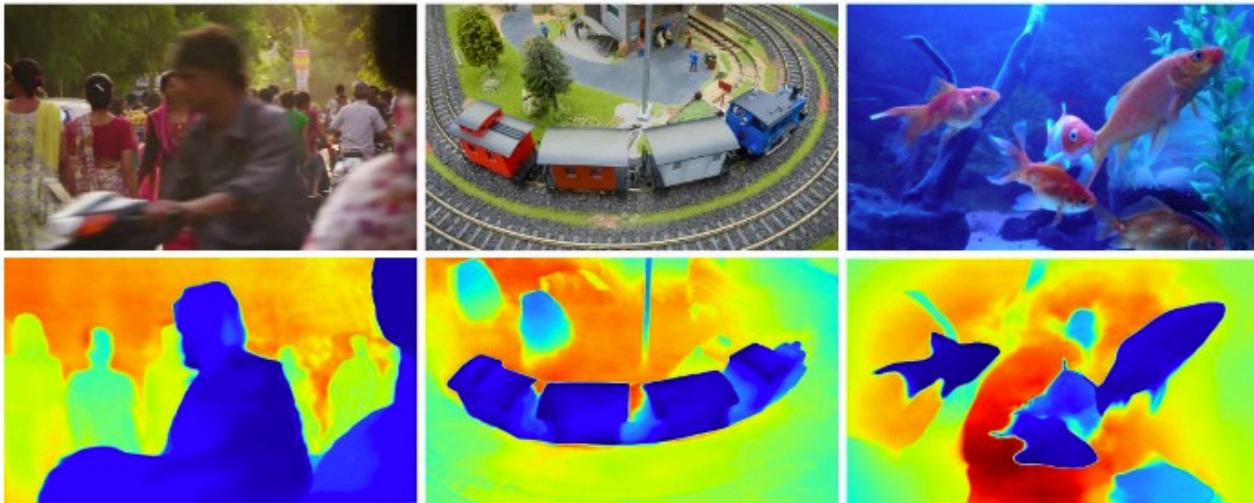


Figure 4: Pseudo-depth maps extracted from our representation, where blue indicates closer objects and red indicates further.