



第七章：边缘检测

中国科学技术大学
电子工程与信息科学系

主讲教师：李厚强 (lihq@ustc.edu.cn)
周文罡 (zhwg@ustc.edu.cn)
李 礼 (lil1@ustc.edu.cn)
胡 洋 (eeyhu@ustc.edu.cn)



边缘检测

- 边缘模型
- 边缘检测算子

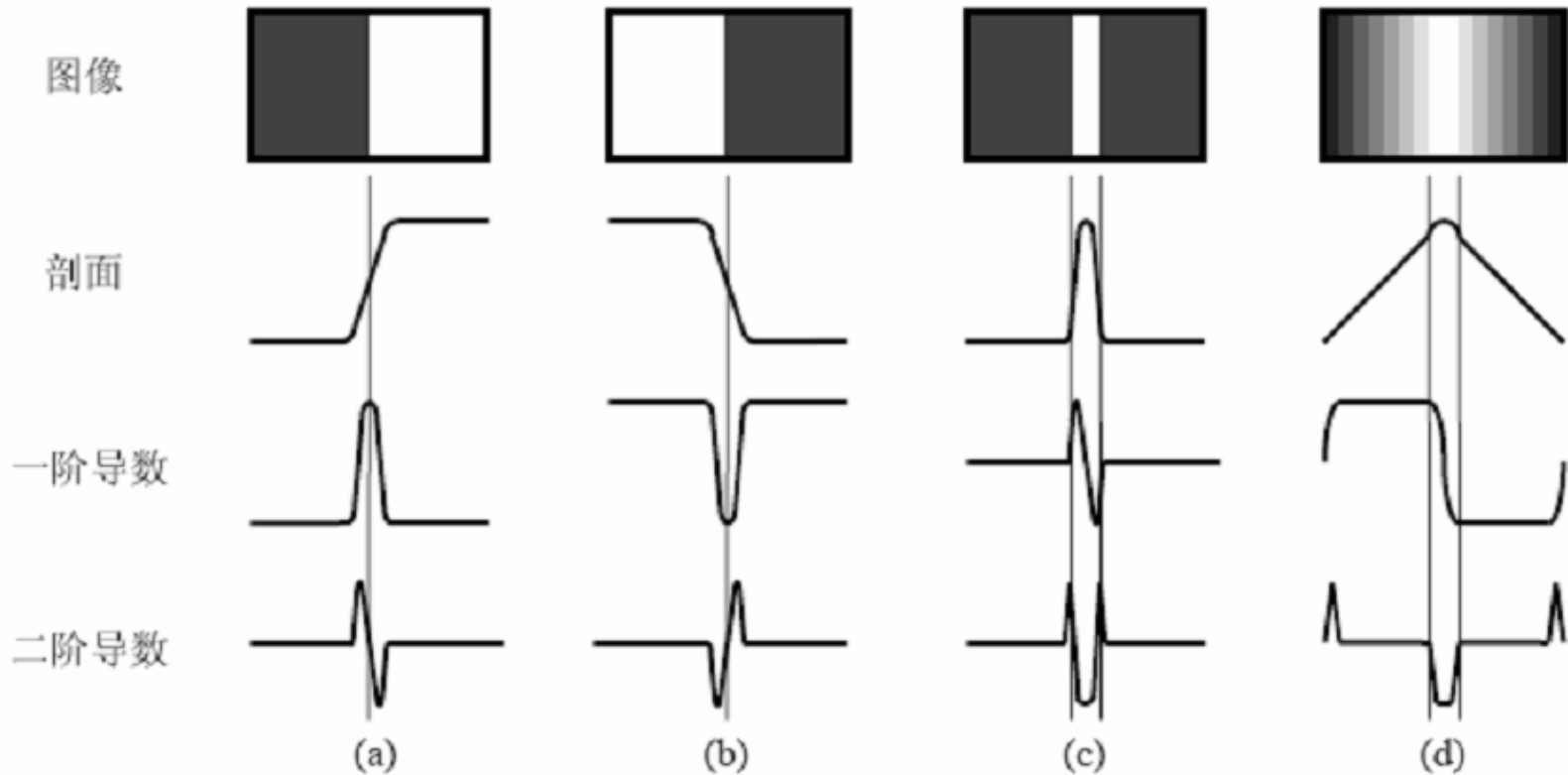


边缘检测

- 边缘模型
- 边缘检测算子

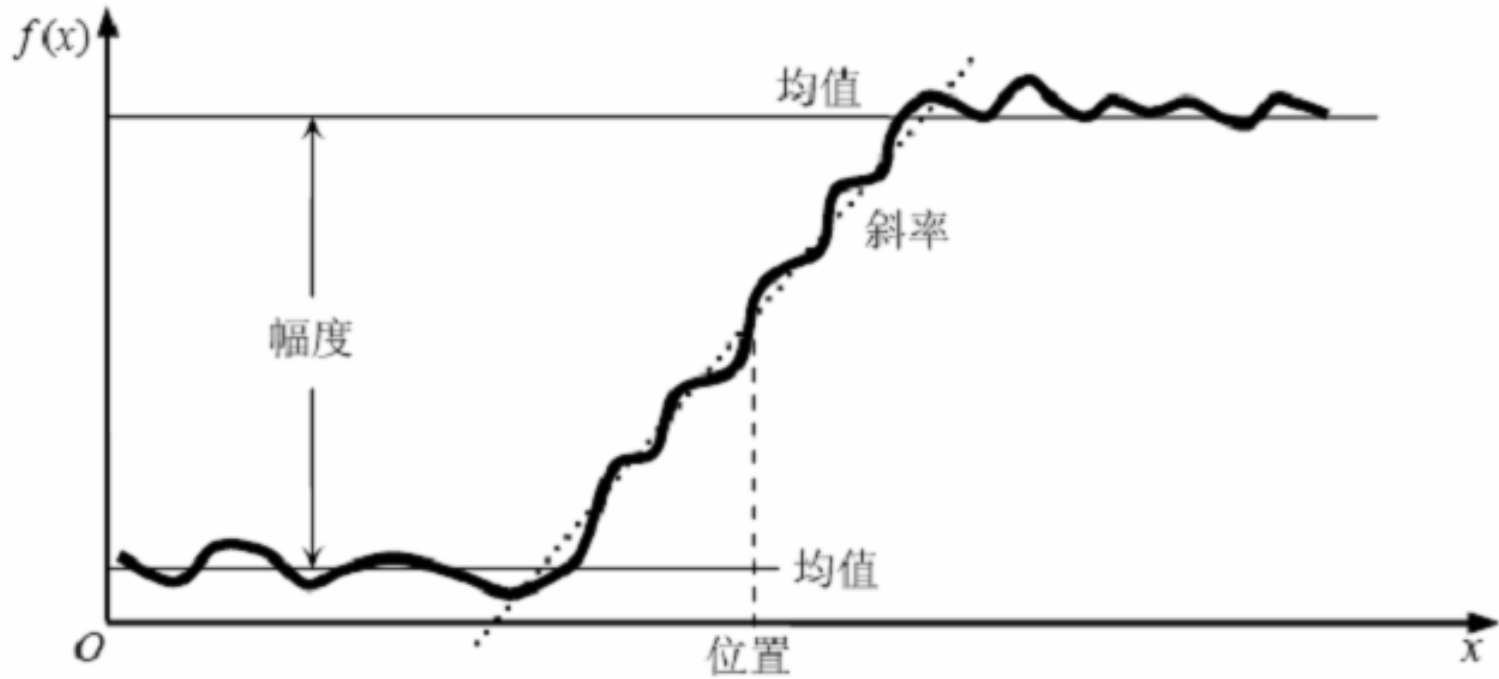
边缘模型

常见的边缘剖面：阶梯状、脉冲状、屋顶状



图象边缘模型及其一阶、二阶导数

描述边缘的参数



图象边缘模型与描述的参数



描述边缘的参数

- 位置
 - 边缘（等效的）最大灰度不连续处（最重要的参数）
- 朝向
 - 跨越灰度最大不连续的方向（XY平面）
- 幅度
 - 灰度不连续方向上的灰度差
- 均值
 - 分属边缘两边（近邻）像素的灰度均值
- 斜率
 - 边缘在其朝向上的倾斜程度（幅值）



边缘检测

- 边缘模型
- 边缘检测算子



边缘检测算子

- 正交梯度算子
 - 梯度算子
- 方向微分算子
 - Kirsch算子
- 二阶导数算子
 - 拉普拉斯(Laplacian)算子
 - 马尔(Marr)算子
- 最优边缘检测算子
 - 坎尼(Canny)算子
- SUSAN 算子

正交梯度算子

□ 梯度算子

■ 一阶差分算子

矢量 $\nabla f(x, y) = [G_x \quad G_y]^T = \left[\frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial y} \right]^T$

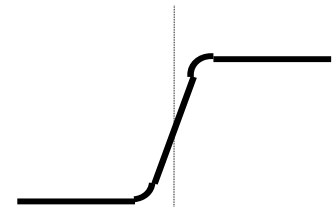
幅度 $\text{mag}(\nabla f) = [G_x^2 + G_y^2]^{1/2}$

方向角 $\phi(x, y) = \arctan(G_y / G_x)$

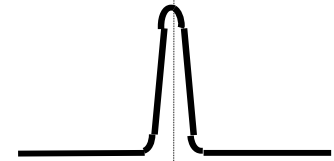
图象



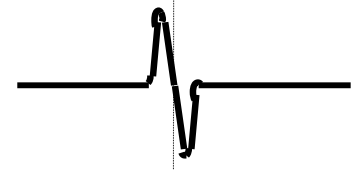
剖面



一阶导数



二阶导数



正交梯度算子

□ 梯度算子

- 利用模板（与图象进行）卷积
- 模板中系数之和为零，使得在恒定灰度区域的相应为0

1	
	-1

	1
-1	

(a) Roberts

-1		1
-1		1
-1		1

1	1	1
-1	-1	-1

(b) Prewitt

-1		1
-2		2
-1		1

1	2	1
-1	-2	-1

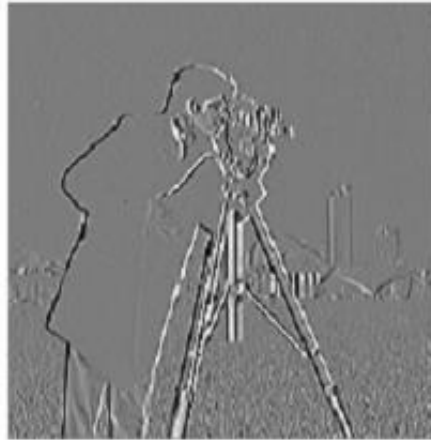
(c) Sobel

- Sobel算子应用最为广泛

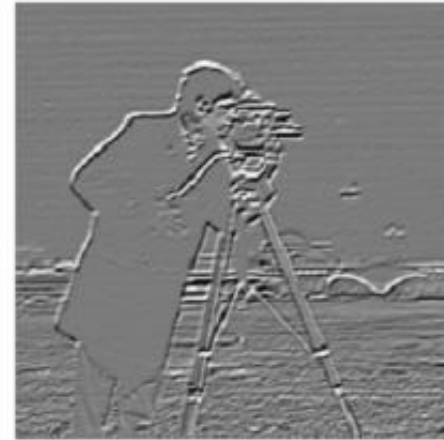
梯度图示例



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

梯度图示例： a)原图； b) Sobel 水平模板； c) Sobel 垂直模板； d) Sobel梯度图（范数2） e) Sobel梯度图（范数1） f) Sobel梯度图（范数 ∞ ）



边缘检测算子

- 正交梯度算子
 - 梯度算子
- 方向微分算子
 - Kirsch算子
- 二阶导数算子
 - 拉普拉斯(Laplacian)算子
 - 马尔(Marr)算子
- 最优边缘检测算子
 - 坎尼(Canny)算子
- SUSAN 算子

方向微分算子

□ 基于特定方向上的微分来检测边缘

八方向Kirsch (7 × 7) 模板

-5	3	3	3	3	3	3	3	
-5		3	-5	0	3	3	0	-5
-5	3	3	-5	-5	3	-5	-5	-5
3	3	-5	3	-5	-5	-5	-5	3
3		-5	3	0	-5	3	0	3
3	3	-5	3	3	3	3	3	3

□ 模板的对称性 → 模板数减半

- 边缘强度：卷积值的极大值的绝对值
- 边缘方向：卷积值的极大值的符号

方向微分算子

□ 方向微分算子不局限于4个

- 下面是每隔30度的模板
- 0度，30度，60度，90度，120度，150度

1.0	1.0	1.0
-1.0	-1.0	-1.0

(a)

1.0	1.0	0.7
0.8		-0.8
-0.7	-1.0	-1.0

(b)

1.0	0.8	-0.7
1.0		-1.0
0.7	-0.8	-1.0

(c)

-1.0		1.0
-1.0		1.0
-1.0		1.0

(d)

-0.7	0.8	1.0
-1.0		1.0
-1.0	-0.8	0.7

(e)

0.7	1.0	1.0
-0.8		0.8
-1.0	-1.0	-0.7

(f)

□ 基于梯度最大的两个方向可以进一步精细化幅值和方向



边缘检测算子

- 正交梯度算子
 - 梯度算子
- 方向微分算子
 - Kirsch算子
- **二阶导数算子**
 - 拉普拉斯(Laplacian)算子
 - 马尔(Marr)算子
- 最优边缘检测算子
 - 坎尼(Canny)算子
- SUSAN 算子



边缘检测算子

- 正交梯度算子
 - 梯度算子
- 方向微分算子
 - Kirsch算子
- 二阶导数算子
 - 拉普拉斯(Laplacian)算子
 - 马尔(Marr)算子
- 最优边缘检测算子
 - 坎尼(Canny)算子
- SUSAN 算子

二阶导数算子

□ 拉普拉斯算子

■ 二阶差分算子（过零点性质）

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

(a)

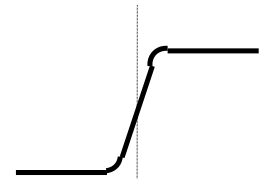
-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

(b)

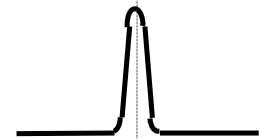
图象



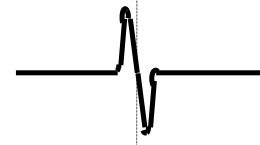
剖面



一阶导数



二阶导数



二阶导数算子

□ 拉普拉斯算子

- 对图象中的噪声相当敏感
- 产生双像素宽的边缘
- 不能提供边缘方向的信息



- 拉普拉斯算子很少直接用于检测边缘，主要用于已经边缘像素后确定该像素是在图像的暗区或明区一边



边缘检测算子

- 正交梯度算子
 - 梯度算子
- 方向微分算子
 - Kirsch算子
- 二阶导数算子
 - 拉普拉斯(Laplacian)算子
 - 马尔(Marr)算子
- 最优边缘检测算子
 - 坎尼(Canny)算子
- SUSAN 算子



二阶导数算子

□ 马尔算子

1. 用一个2-D的高斯平滑模板与源图象卷积
✓ 等价于低通滤波
2. 计算卷积后图象的拉普拉斯值
3. 检测拉普拉斯图象中的过零点作为边缘点

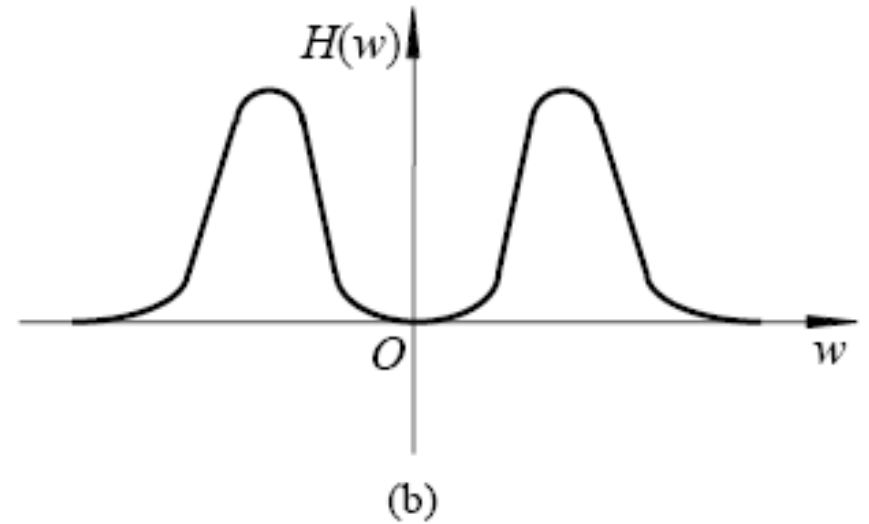
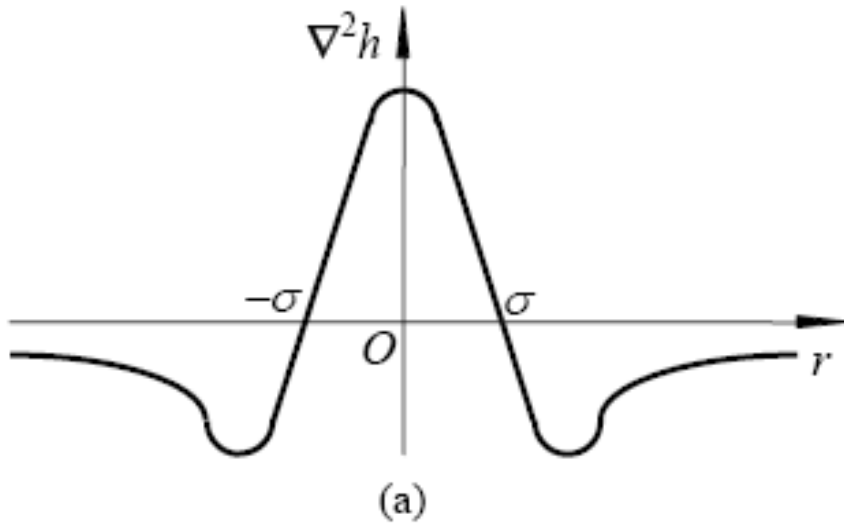
$$h(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad g(x, y) = h(x, y) \otimes f(x, y)$$

$$\begin{aligned} \nabla_g^2 &= \nabla^2[h(x, y) \otimes f(x, y)] = \nabla^2 h(x, y) \otimes f(x, y) \\ &= \left(\frac{r^2 - \sigma^2}{\sigma^4}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \otimes f(x, y) \end{aligned}$$

$$\nabla^2 h = h''(r) = \left(\frac{r^2 - \sigma^2}{\sigma^4}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (LoG)$$

二阶导数算子

□ 马尔算子



$\nabla^2 h$ 的剖面 and 对应的转移函数



边缘检测算子

- 正交梯度算子
 - 梯度算子
- 方向微分算子
 - Kirsch算子
- 二阶导数算子
 - 拉普拉斯(Laplacian)算子
 - 马尔(Marr)算子
- **最优边缘检测算子**
 - 坎尼(Canny)算子
- SUSAN 算子



最优边缘检测算子

□ 坎尼算子

好的边缘检测算子应具有的三个指标

- 低失误概率
 - ✓ 既要少将真正的边缘丢失也要少将非边缘判为边缘
- 高位置精度
 - ✓ 检测出的边缘应在真正的边界上
- 对每个边缘有唯一的响应
 - ✓ 得到的边界为单像素宽

- **J. Canny.** *A Computational Approach to Edge Detection*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 8, No. 6, Nov. 1986



坎尼边缘检测方法

□ Canny算子近似

- Canny 算子可以用高斯函数的一阶微分算子来近似

□ Canny边缘检测流程：

- 高斯滤波平滑
- 计算梯度大小与方向
- 非极大值抑制
 - ✓ 实现单像素宽的边缘
- 双阈值检测和连接
 - ✓ 保证低失误差

- **J. Canny.** *A Computational Approach to Edge Detection*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 8, No. 6, Nov. 1986



高斯平滑及差分

- 先对图像进行高斯卷积平滑滤波，然后计算梯度
 - 卷积算子和差分算子均为线性算子，可以交换运算顺序

$$S = \nabla(I * h) = \nabla(h * I) = (\nabla h) * I = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \end{bmatrix} * I = \begin{bmatrix} h_x * I \\ h_y * I \end{bmatrix}$$

$$\text{高斯滤波器: } h = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\text{高斯差分滤波器: } h_x = \frac{\partial h}{\partial x}, \quad h_y = \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$\text{图像梯度幅值: } G = \sqrt{(h_x * I)^2 + (h_y * I)^2}$$

实例结果

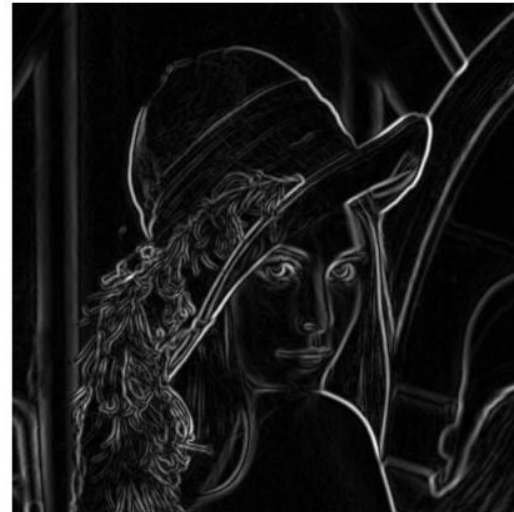
I



$h_x * I$

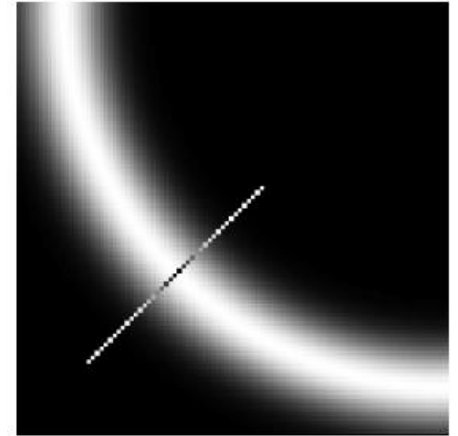


$h_y * I$

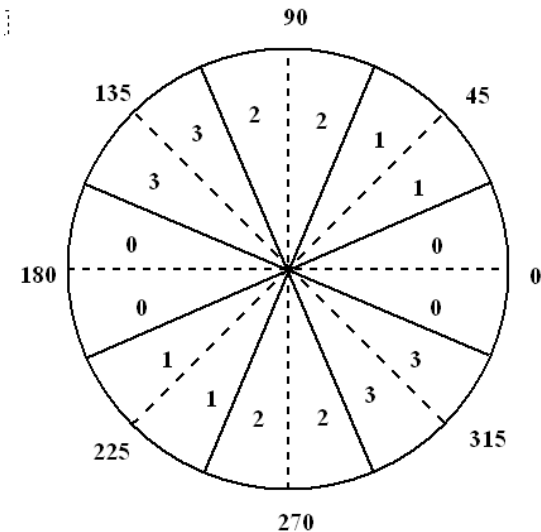


非极大值抑制

- 沿着梯度方向，抑制梯度值非最大的点
 - 细化幅值图像 $M[i, j]$ 中的屋脊带(ridge)，只保留幅值局部变化最大的点。
 - NMS通过抑制梯度线上所有非屋脊峰值的幅值来细化边缘。



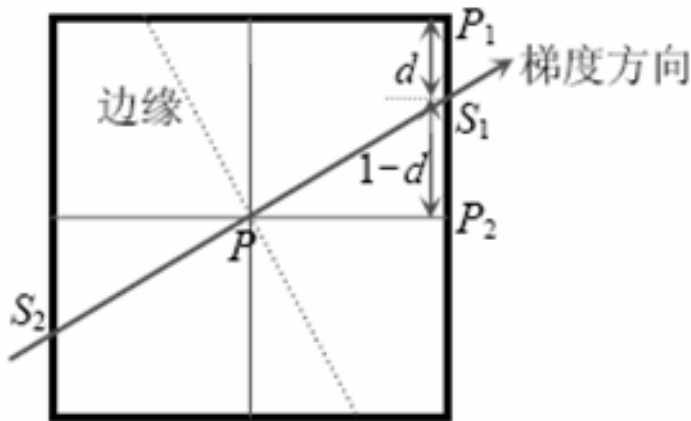
- 基于最近邻进行最大值消除
 - 将梯度角 $\theta[i, j]$ 的变化范围分为四个扇区 $\zeta[i, j] = \text{Sector}(\theta[i, j])$;
 - 用 3×3 邻域作用于幅值图像 $M[i, j]$ ，邻域中心像素 $M[i, j]$ 与沿着梯度线方向的两个像素进行比较
 - 若 $M[i, j]$ 不比沿梯度线方向的两个相邻点幅值大，则像素 (i, j) 被抑制， $M[i, j]$ 被置为0。



用插值进行非最大消除

□ 用插值进行最大值消除：

- 通过对相邻单元的梯度幅值的插值估计梯度线上的相邻幅值
- 如果P点的梯度值小于 S_1 或 S_2 的梯度值，则P点梯度值被置为0
- 精确但计算量大



2-D 梯度插值

$$G_{S_1} = (1 - d)G_{P_1} + dG_{P_2}$$

实例结果



原图



梯度图



非极大值抑制结果图

双阈值算法

- 双阈值算法采用两个阈值 τ_1 和 τ_2 ，且 $\tau_2 \approx 2\tau_1$
- 得到两个阈值边缘图像 $T_1[i, j]$ 和 $T_2[i, j]$
- $T_2[i, j]$ 含有的假边缘少，但有断点
- 以 $T_2[i, j]$ 为指导，在 $T_1[i, j]$ 中相应8邻域点寻找可以连接到轮廓上的点
- 不断在 $T_1[i, j]$ 收集边缘，直到将 $T_2[i, j]$ 中所有的间隙连接起来为止



原图

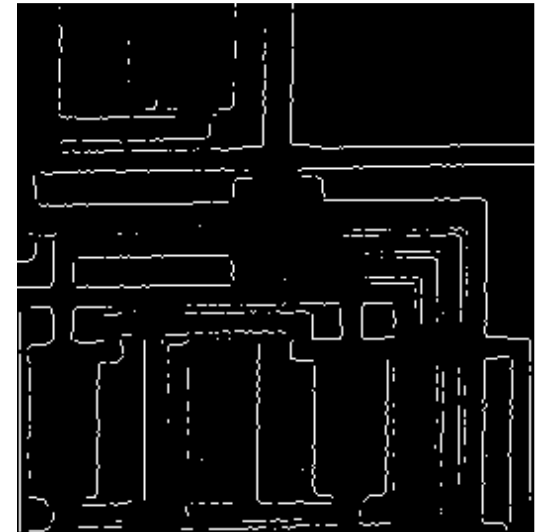
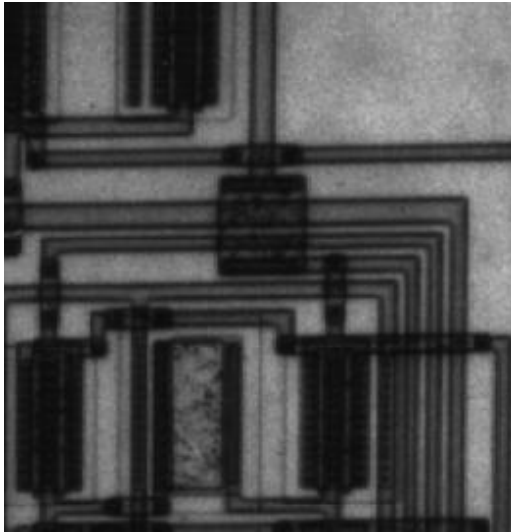


强/弱边缘检测结果

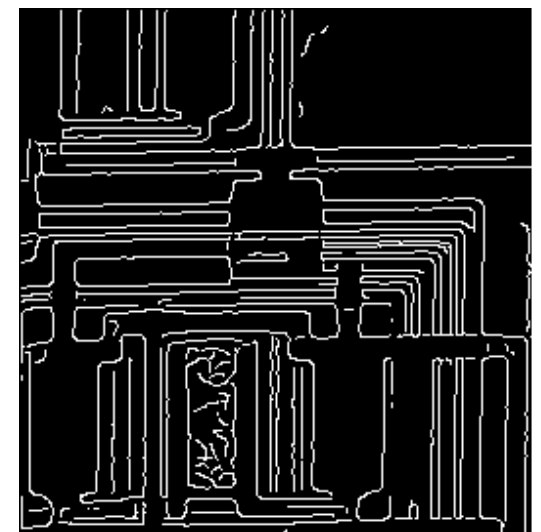


最后边缘检测结果

边缘检测对比



Roberts	Sobel
Log	Canny





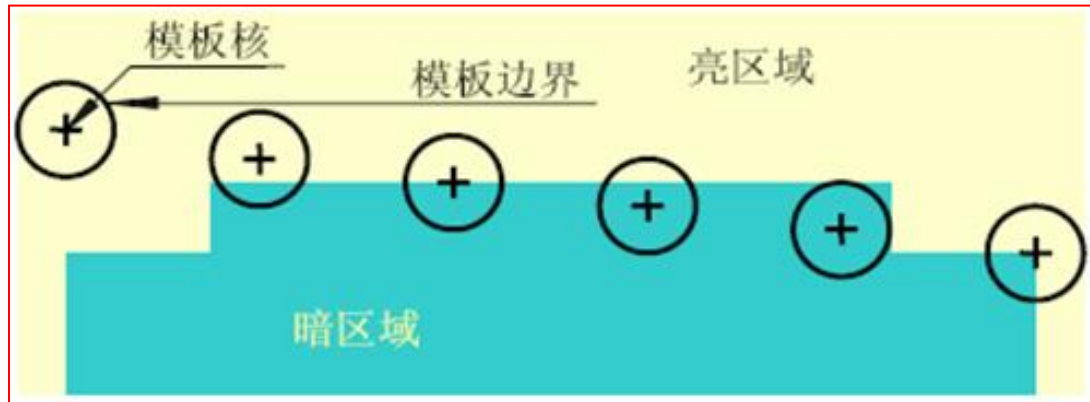
边缘检测算子

- 正交梯度算子
 - 梯度算子
- 方向微分算子
 - Kirsch算子
- 二阶导数算子
 - 拉普拉斯(Laplacian)算子
 - 马尔(Marr)算子
- 最优边缘检测算子
 - 坎尼(Canny)算子
- SUSAN 算子

SUSAN算子

□ USAN (Univalue Segment Assimilating Nucleus)

- 核同值区：相对于模板的核，模板中有一定的区域与它有相同的灰度



□ USAN面积携带了关于图象中核像素处结构的主要信息

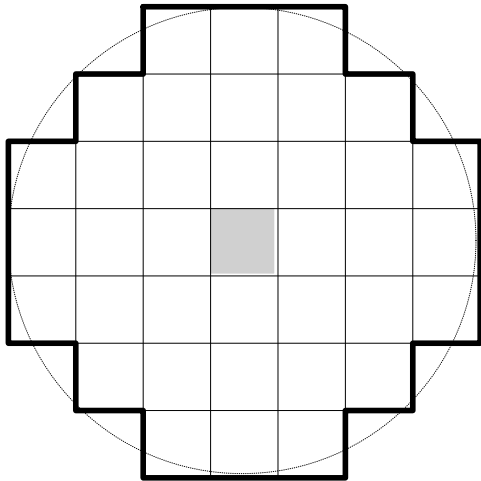
- 当核像素处在图象中的灰度一致区域，USAN的面积会达到最大
- 当核处在直边缘处该面积约为最大值的一半，而当核处在角点处则为最大值的1/4

□ USAN面积作为特征起到了增强边缘和角点的效果

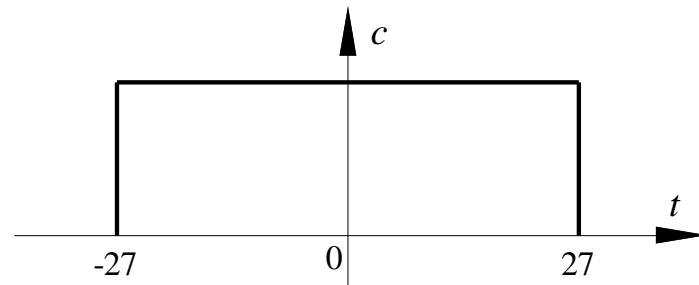
SUSAN算子

□ SUSAN: 最小 (Smallest) 核同值区(USAN)

检测模板: 37个像素, 半径为3.4像素



$$C(x_0, y_0; x, y) = \begin{cases} 1 & \text{如果 } |f(x_0, y_0) - f(x, y)| \leq T \\ 0 & \text{如果 } |f(x_0, y_0) - f(x, y)| > T \end{cases}$$





SUSAN算子

- 检测对模板中的每个像素进行
- 得到输出的游程和（running total）

$$S(x_0, y_0) = \sum_{(x,y) \in N(x,y)} C(x_0, y_0; x, y)$$

- 边缘响应

$$R(x_0, y_0) = \begin{cases} G - S(x_0, y_0) & \text{如果 } S(x_0, y_0) < G \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

几何阈值 $G = 3S_{\max}/4$ （为了达到最佳信噪比），其中 S_{\max} 是 S 所能取的最大值，即模板面积。



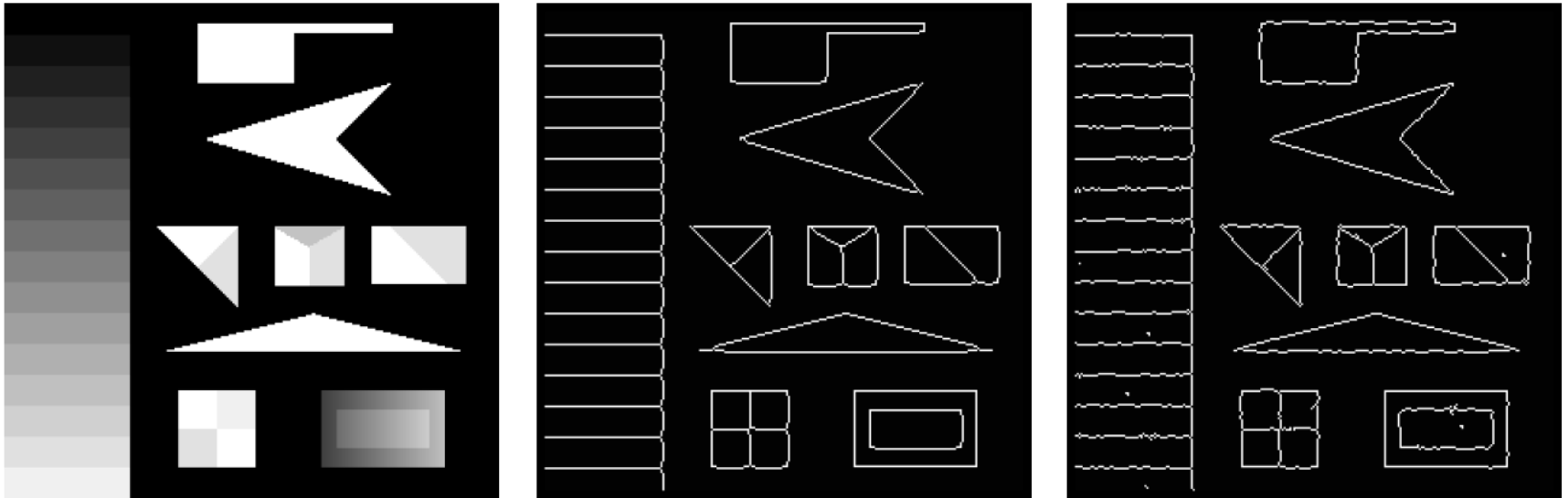
SUSAN边缘检测

□ 特点

- 有噪声时的性能较好
 - ✓ 不需要计算微分
 - ✓ 对面积计算中的各个值求和（积分）
 - ✓ 非线性响应特点

- 易自动化实现
 - ✓ 控制参数的选择简单
 - ✓ 参数的任意性较小

SUSAN算子检测实例



- 左：原图。
- 中：SUSAN检测结果。
- 右：含高斯白噪声的结果。(SNR=0.5)



边界闭合

- 有噪声时：边缘像素常孤立/分小段连续
- 封闭边界（轮廓）：连接边缘像素
- 一种具体方法
 - 利用像素梯度的幅度和方向：

$$|\nabla f(x, y) - \nabla f(s, t)| \leq T$$

$$|\varphi(x, y) - \varphi(s, t)| \leq A$$

- 像素(s, t)在像素(x, y)的邻域