

第六章：图像恢复

中国科学技术大学
电子工程与信息科学系

主讲教师：李厚强 (lihq@ustc.edu.cn)
周文罡 (zhwg@ustc.edu.cn)
李 礼 (lil1@ustc.edu.cn)
胡 洋 (eeyhu@ustc.edu.cn)



图像恢复

- 图像恢复的背景
- 图像去噪
- 图像去模糊
- 图像的几何校正
- 图像修复
- 基于压缩感知的图像恢复
- 图像恢复新的趋势



图像恢复

- 图像恢复的背景
- 图像去噪
- 图像去模糊
- 图像的几何校正
- 图像修复
- 基于压缩感知的图像恢复
- 图像恢复新的趋势



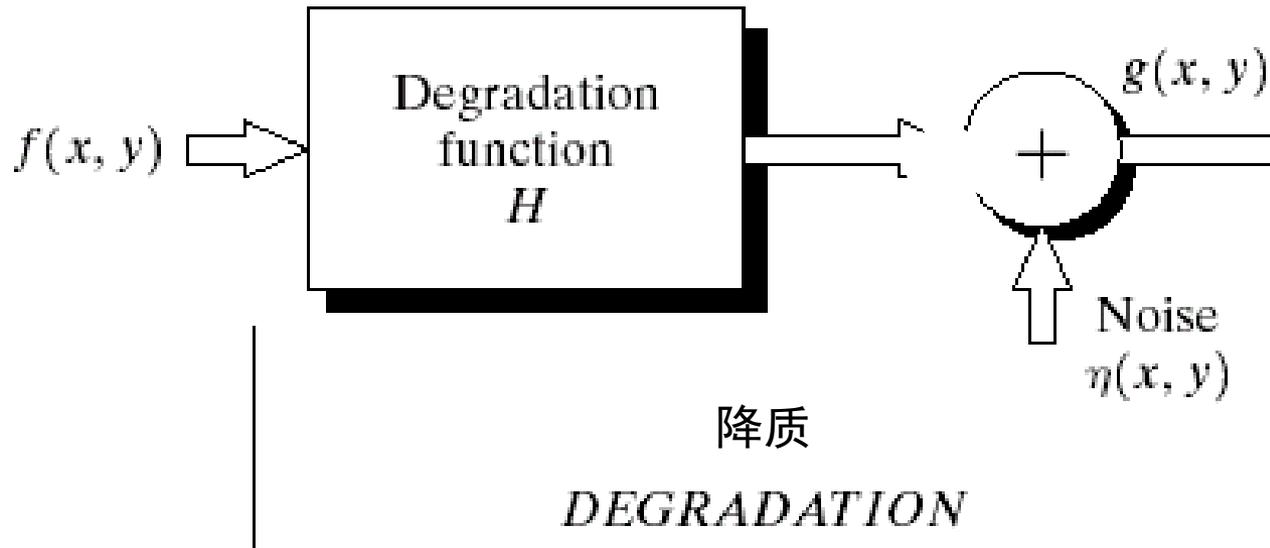
图像恢复的背景

- 数字图象恢复与增强的目的类似，也是旨在改善图象的质量。
- 但是，图像恢复是力求保持图象的本来面目，即以**保真原则**为其前提，这是区别于增强的基本不同点。
- 恢复时，需要了解图象质量下降的物理过程，找出或估计其物理模型。
- 恢复的过程就是沿着质量下降的逆过程来重现原始图象。

图像的降质模型

□ 空间映射和噪声污染

- $H(\cdot) : R^{M \times N} \rightarrow R^{M' \times N'}$ 通常 $M = M', N = N'$
- $\eta(x, y)$: 随机噪声



图像的降质模型假设

- 线性位移不变系统，加性噪声
 - 线性：可加性、齐次性
 - 移不变：系统参数不随位置而改变

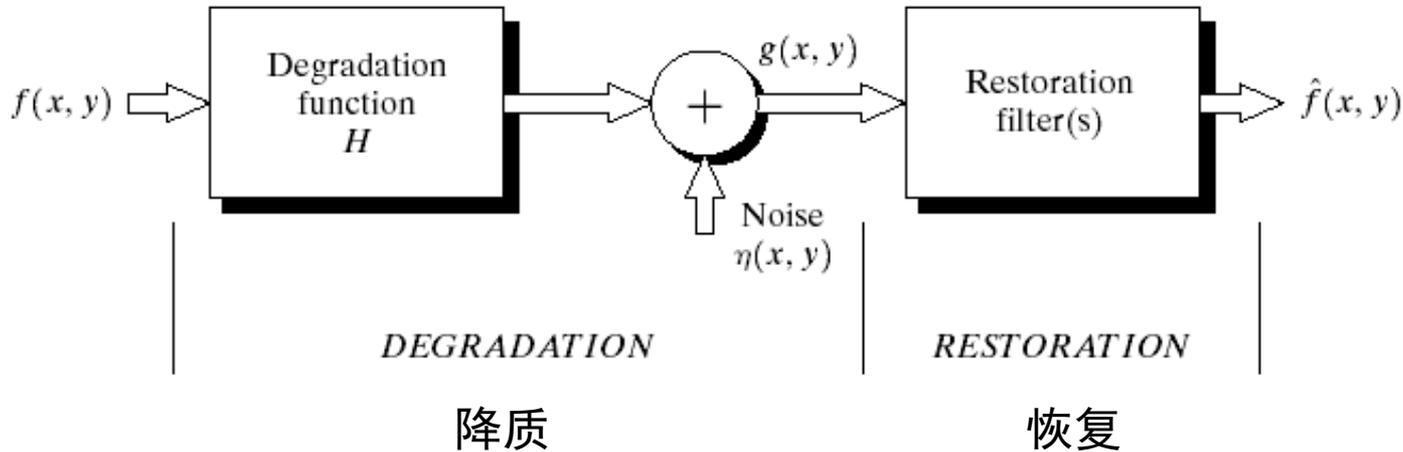


FIGURE 5.1 A model of the image degradation/restoration process.

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y)$$

$$G(u, v) = H(u, v) \odot F(u, v) + N(u, v)$$



图像恢复

- 图像恢复的背景
- 图像去噪
- 图像去模糊
- 图像的几何校正
- 图像修复
- 基于压缩感知的图像恢复
- 图像恢复新的趋势



图像去噪

□ 图像去噪

- 背景知识
- 空间域噪声去除
- 频率域噪声去除



噪声模型

□ 噪声的产生

- 图像获取：CCD相机
- 图像传输：无线传输

□ 噪声的空域特性和频域特性

- 空域特性：噪声的直方图分布
- 频域特性：噪声在Fourier频谱上的分布

□ 几种典型的噪声模型

- 高斯噪声 (Gaussian noise)
- 瑞利噪声 (Rayleigh noise)
- 厄兰噪声 (Erlang noise)
- 指数噪声 (Exponential noise)
- 均匀噪声 (Uniform noise)
- 椒盐噪声 (salt-and-pepper)



几种经典的噪声模型

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

高斯噪声（仿真实验）

$$p(z) = \begin{cases} \frac{2}{b} (z-a) e^{-\frac{(z-a)^2}{b}}, & \text{for } z \geq a \\ 0, & \text{for } z < a \end{cases}$$

瑞利噪声（平坦衰落信道传输）

$$p(z) = \begin{cases} \frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az}, & \text{for } z \geq 0 \\ 0, & \text{for } z < 0 \end{cases}$$

厄兰噪声

$$p(z) = \begin{cases} ae^{-az}, & \text{for } z \geq 0 \\ 0, & \text{for } z < 0 \end{cases}$$

指数噪声

$$p(z) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{for } a \leq z \leq b \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

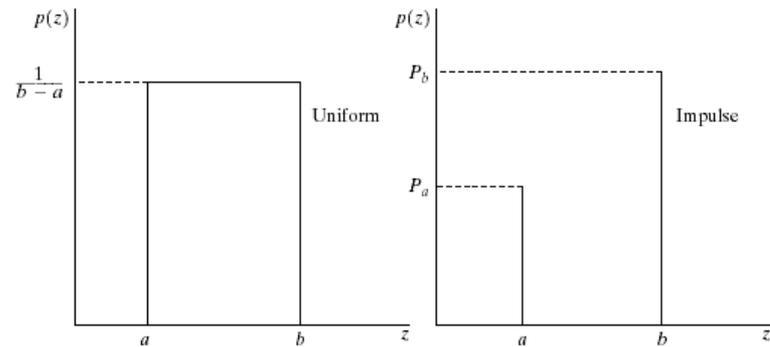
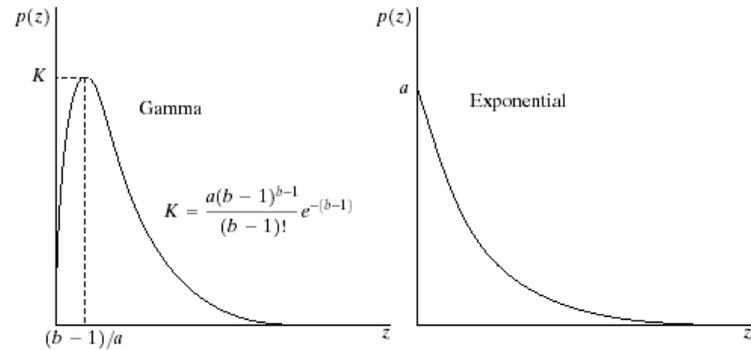
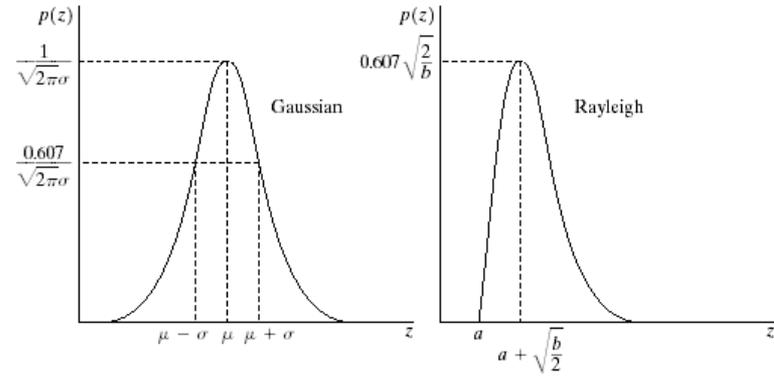
均匀噪声（均匀量化）

$$p(z) = \begin{cases} p_a, & \text{for } z = a \\ p_b, & \text{for } z = b \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

椒盐噪声（设备坏点）

几种经典的噪声模型

□ 噪声概率分布



几种经典的噪声模型

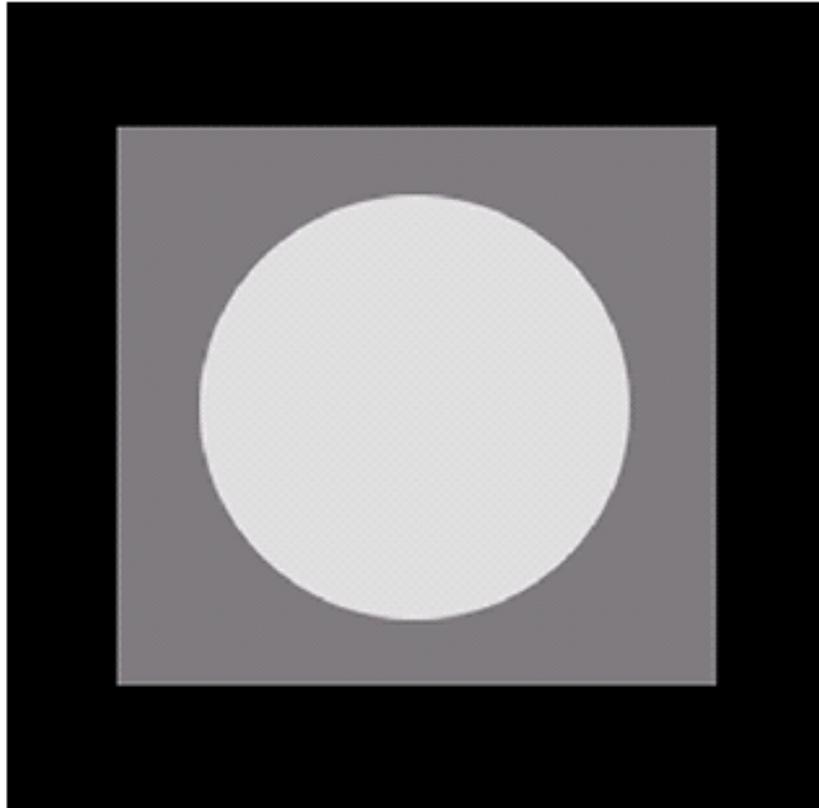
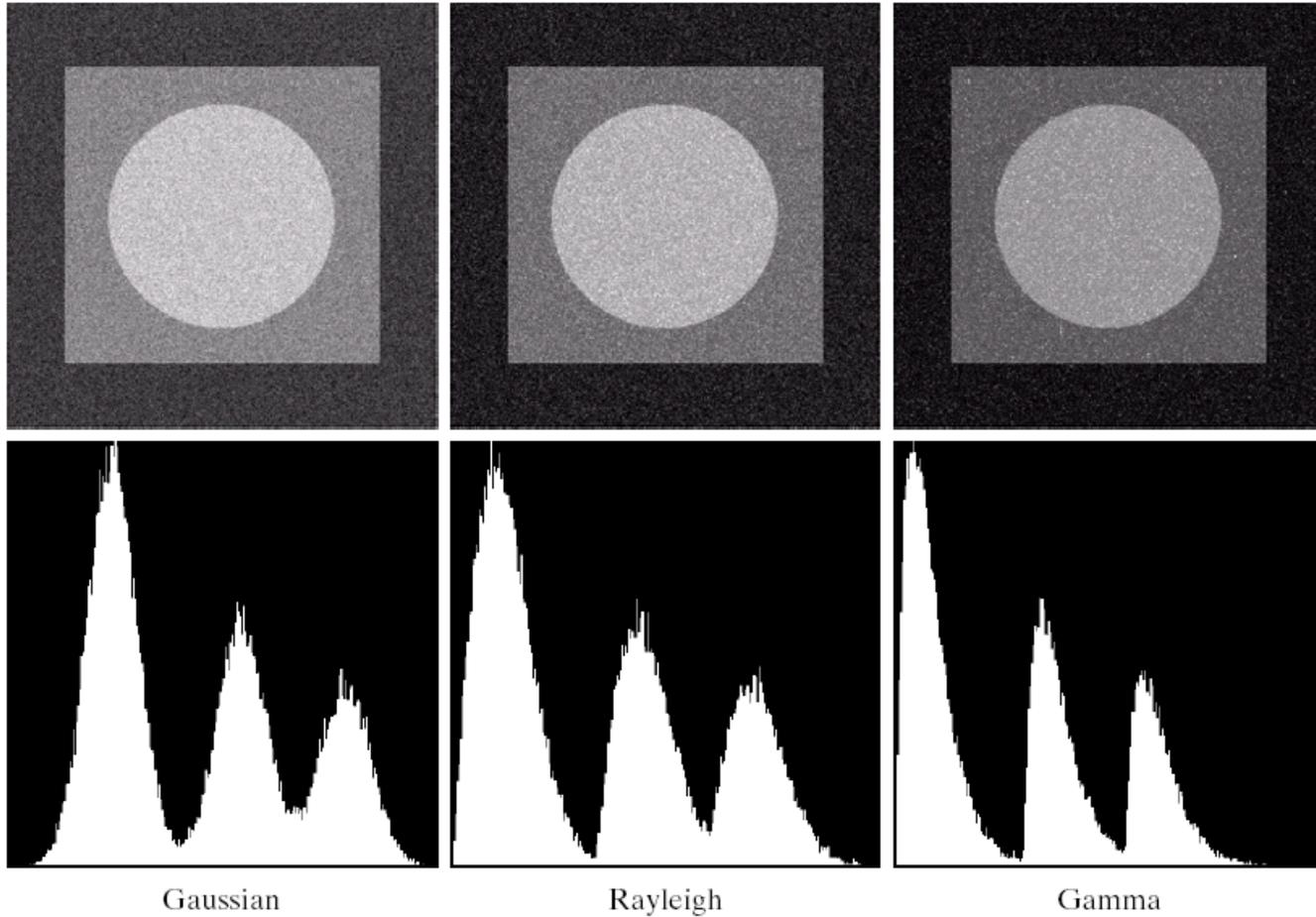


FIGURE 5.3 Test pattern used to illustrate the characteristics of the noise PDFs shown in Fig. 5.2.

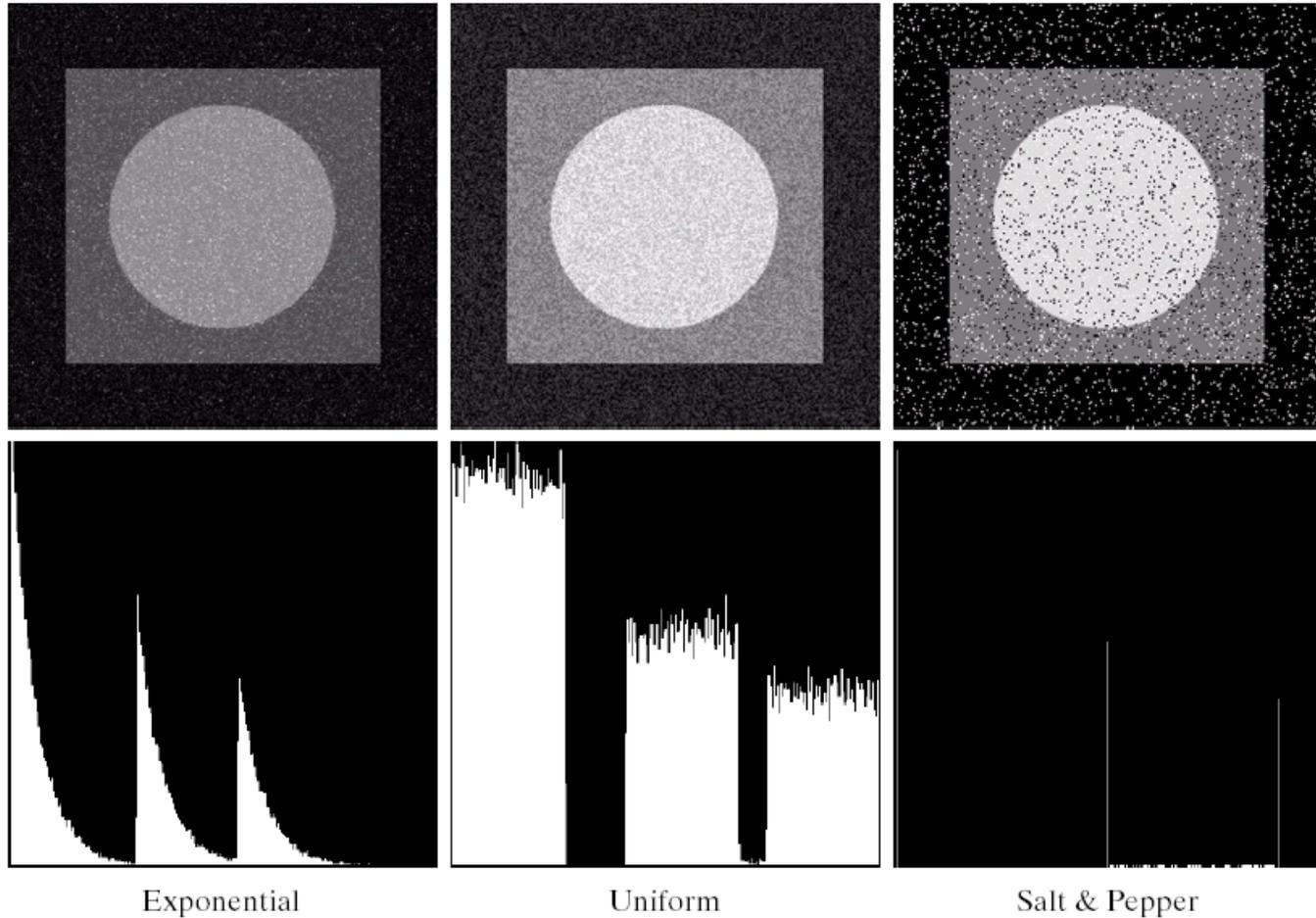
几种经典的噪声模型



a	b	c
d	e	f

FIGURE 5.4 Images and histograms resulting from adding Gaussian, Rayleigh, and gamma noise to the image in Fig. 5.3.

几种经典的噪声模型



g	h	i
j	k	l

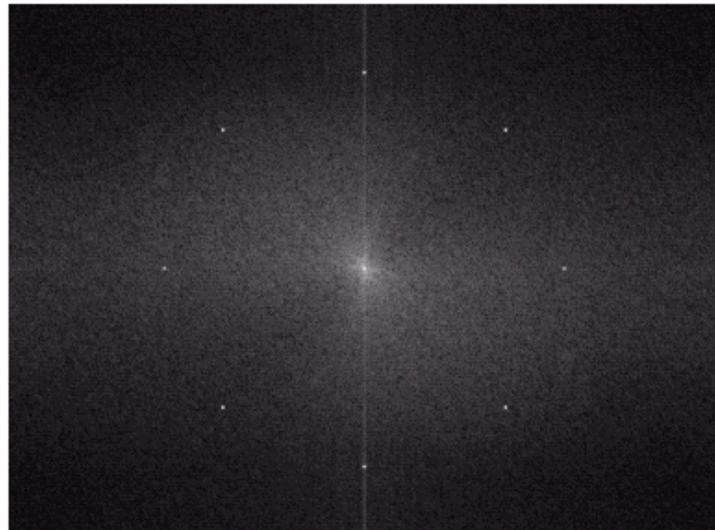
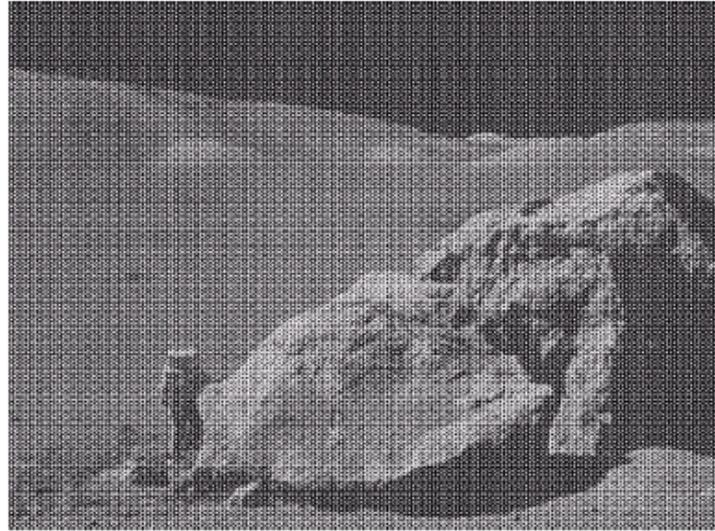
FIGURE 5.4 (Continued) Images and histograms resulting from adding exponential, uniform, and impulse noise to the image in Fig. 5.3.

周期噪声

a
b

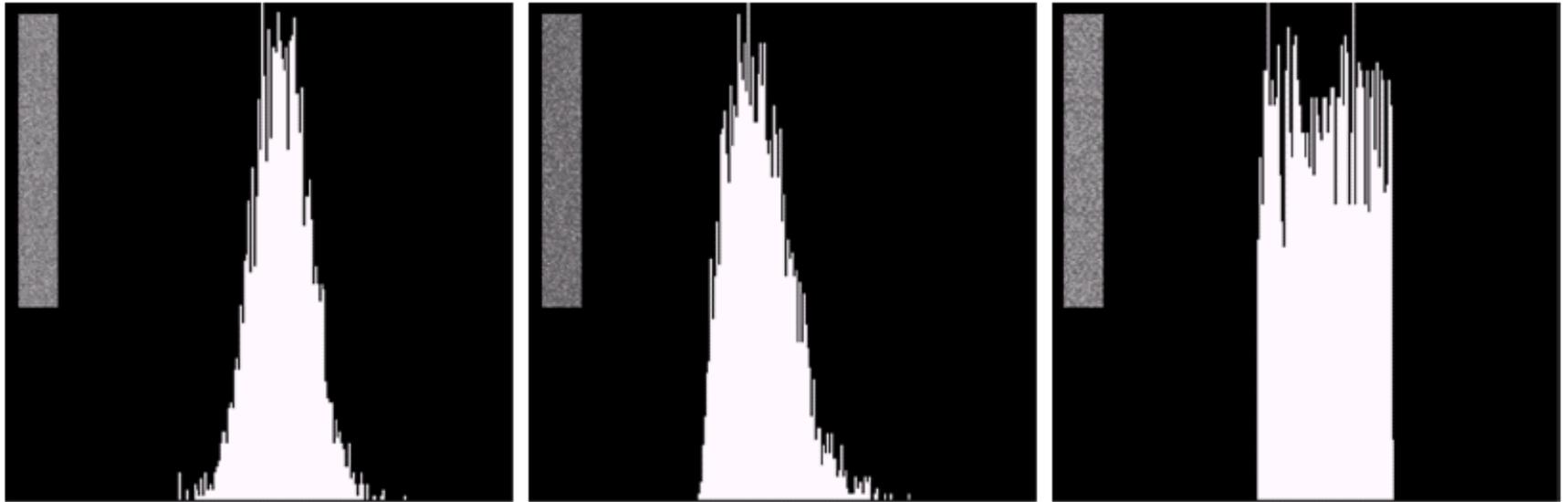
FIGURE 5.5

(a) Image corrupted by sinusoidal noise.
(b) Spectrum (each pair of conjugate impulses corresponds to one sine wave).
(Original image courtesy of NASA.)



电子成像系统中，供电电路中交流分量的存在，图像还会存在周期噪声现象

估计噪声参数



a b c

FIGURE 5.6 Histograms computed using small strips (shown as inserts) from (a) the Gaussian, (b) the Rayleigh, and (c) the uniform noisy images in Fig. 5.4.



图像去噪

□ 图像去噪

- 背景知识
- 空间域噪声去除
- 频率域噪声去除



基于空域滤波的噪声去除

- 与空域增强原理相同
- 几种常用滤波器
 - 均值滤波器 (Mean Filters)
 - 次序统计滤波器 (Order Statistic Filters)
 - 自适应滤波器 (Adaptive Filters)



几种常用滤波器（注意量纲）

- 算术平均滤波器（图像像素表示自然景物的光强）

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)$$

- 几何平均滤波器（图像像素表示一个比值或者比率）

$$\hat{f}(x, y) = \left[\prod_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

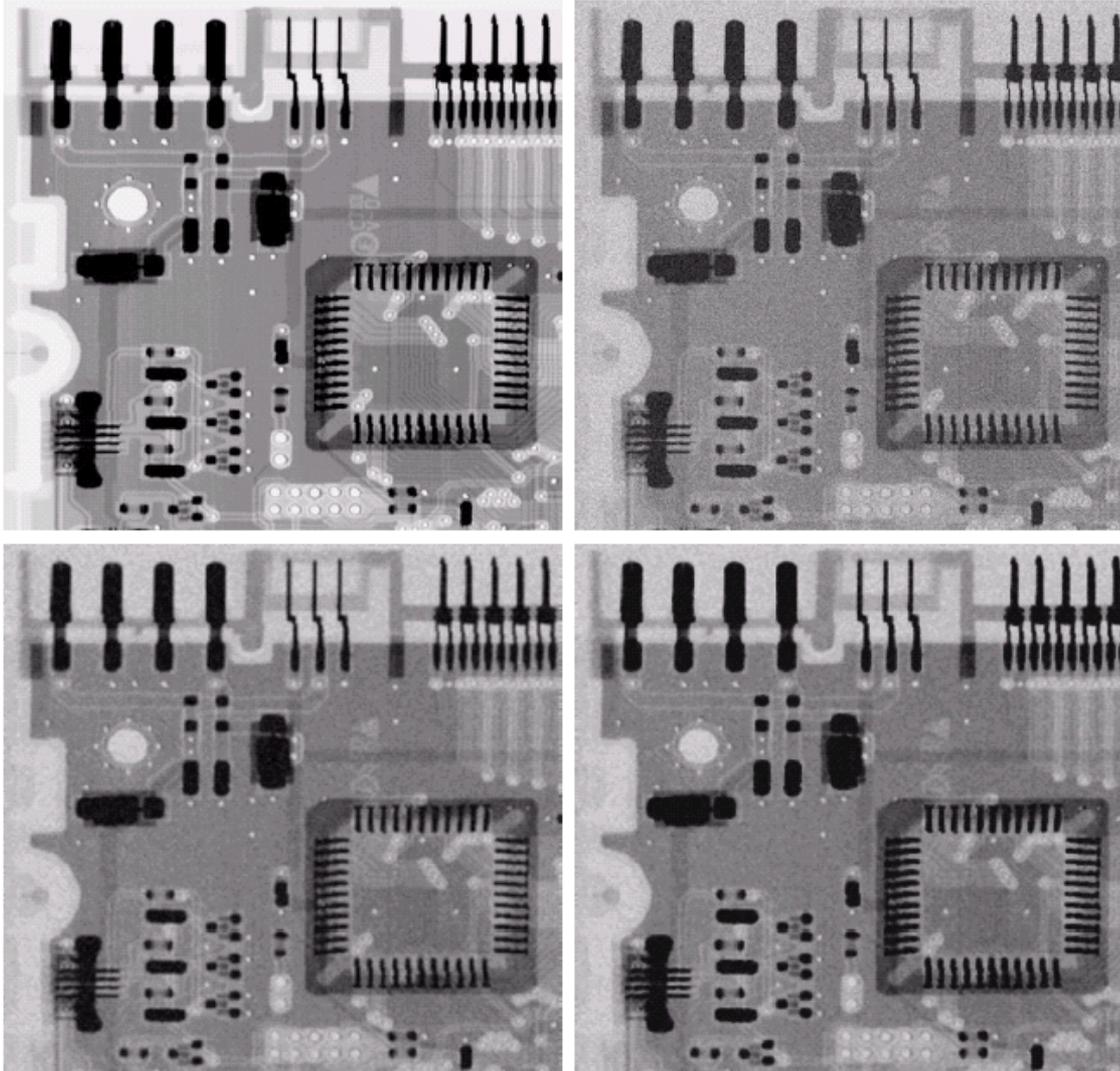
- 调和平均滤波器（图像像素表示气体或者液体的流速）

$$\hat{f}(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} \frac{1}{g(s, t)}}$$

- 反调和平均滤波器

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)^Q}$$

几种常用滤波器



a	b
c	d

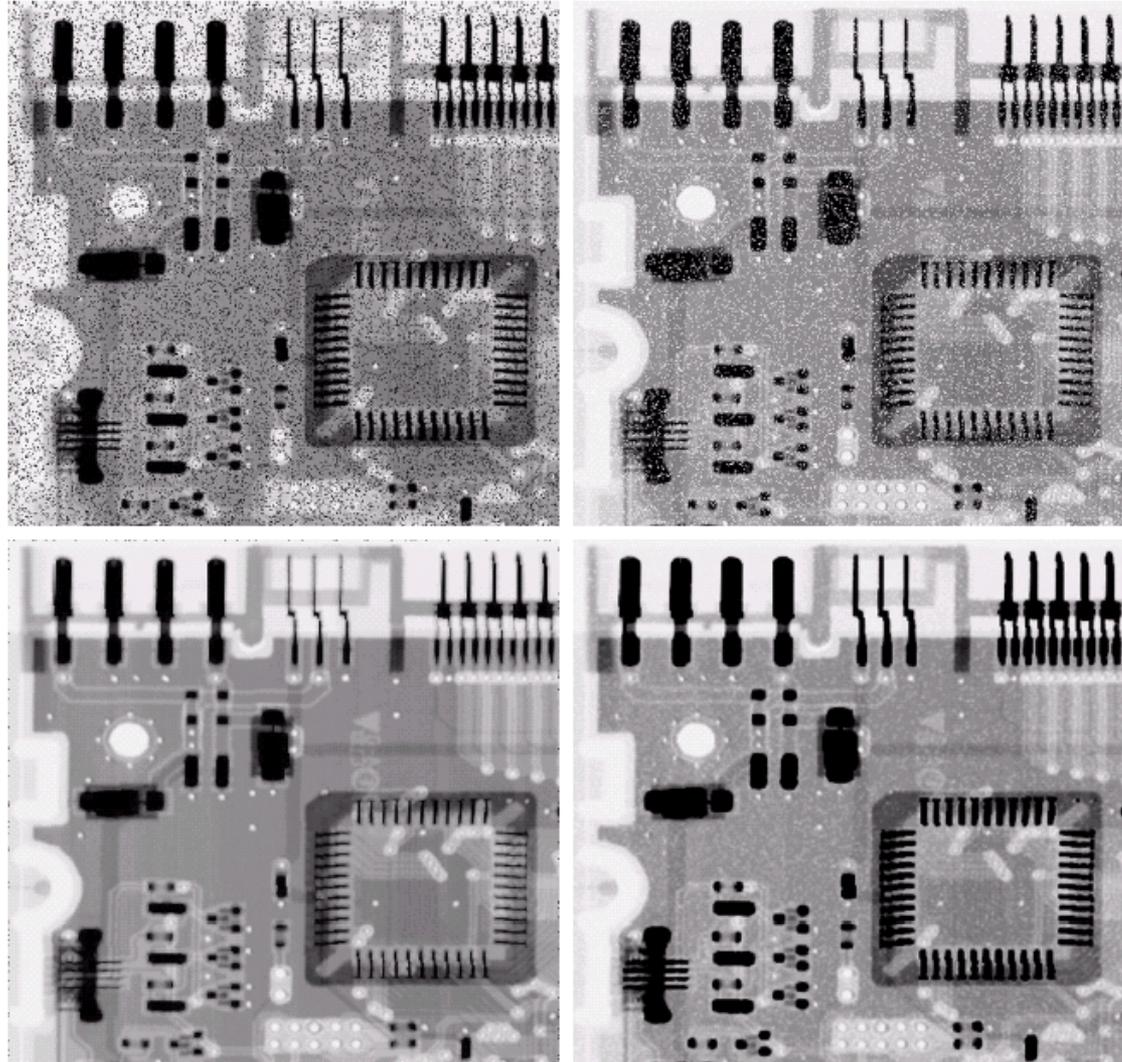
FIGURE 5.7 (a) X-ray image. (b) Image corrupted by additive Gaussian noise. (c) Result of filtering with an arithmetic mean filter of size 3×3 . (d) Result of filtering with a geometric mean filter of the same size. (Original image courtesy of Mr. Joseph E. Pascente, Lixi, Inc.)

几种常用滤波器

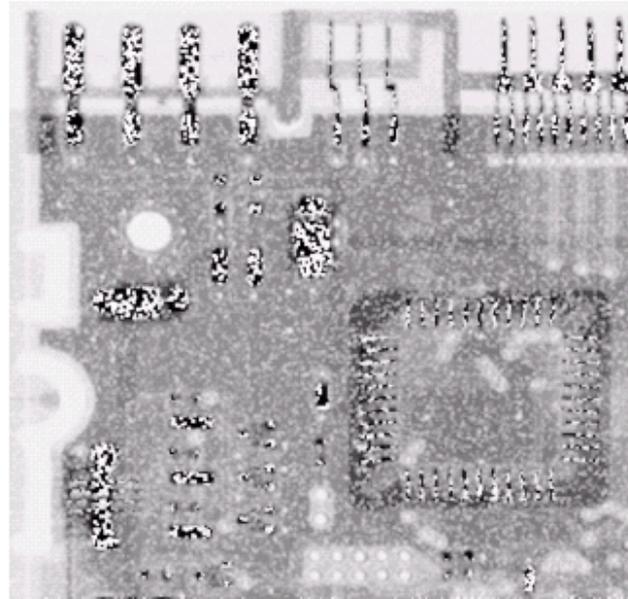
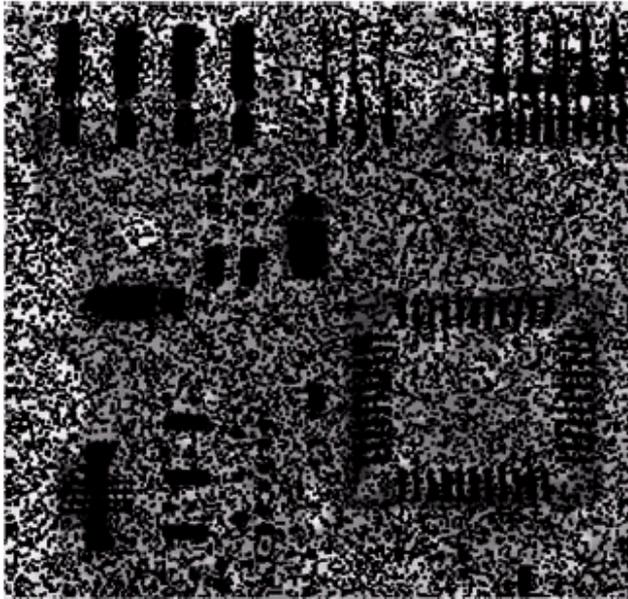
a b
c d

FIGURE 5.8

(a) Image corrupted by pepper noise with a probability of 0.1. (b) Image corrupted by salt noise with the same probability. (c) Result of filtering (a) with a 3×3 contraharmonic filter of order 1.5. (d) Result of filtering (b) with $Q = -1.5$.



几种常用滤波器



a b

FIGURE 5.9 Results of selecting the wrong sign in contraharmonic filtering. (a) Result of filtering Fig. 5.8(a) with a contraharmonic filter of size 3×3 and $Q = -1.5$. (b) Result of filtering 5.8(b) with $Q = 1.5$.



次序统计滤波器

□ 中值滤波器

$$\hat{f}(x, y) = \text{median}_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\}$$

□ 最大最小滤波器

$$\begin{cases} \hat{f}(x, y) = \max_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\} \\ \hat{f}(x, y) = \min_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\} \end{cases}$$

□ 中点滤波器

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{2} \left[\max_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\} + \min_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\} \right]$$

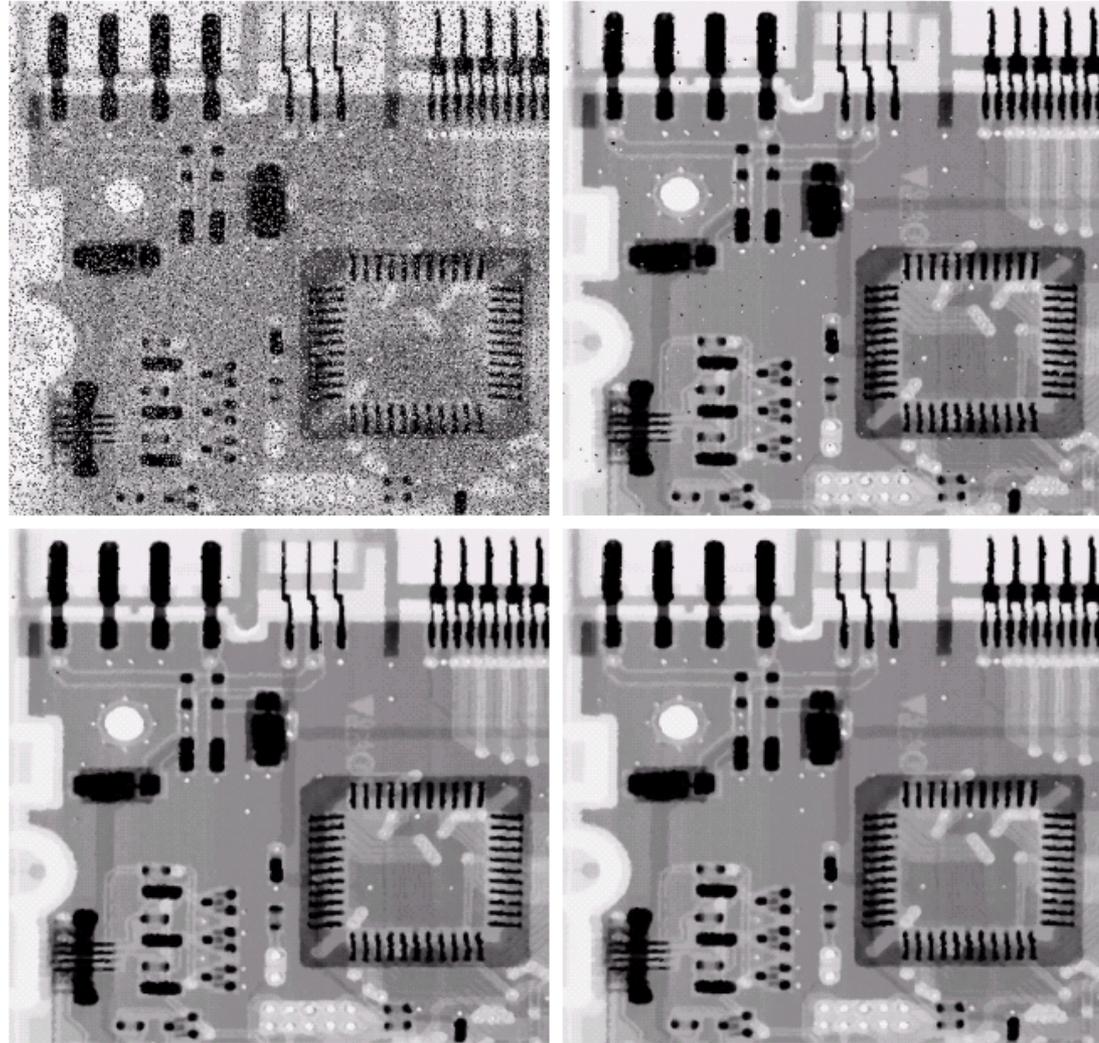
□ Alpha截取中值滤波器

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn - d} \sum_{s,t \in S_{xy}, \text{ and } s,t \notin \text{the } \frac{d}{2} \text{ highest or } \frac{d}{2} \text{ lowest in } S_{xy}} g_r(s, t)$$

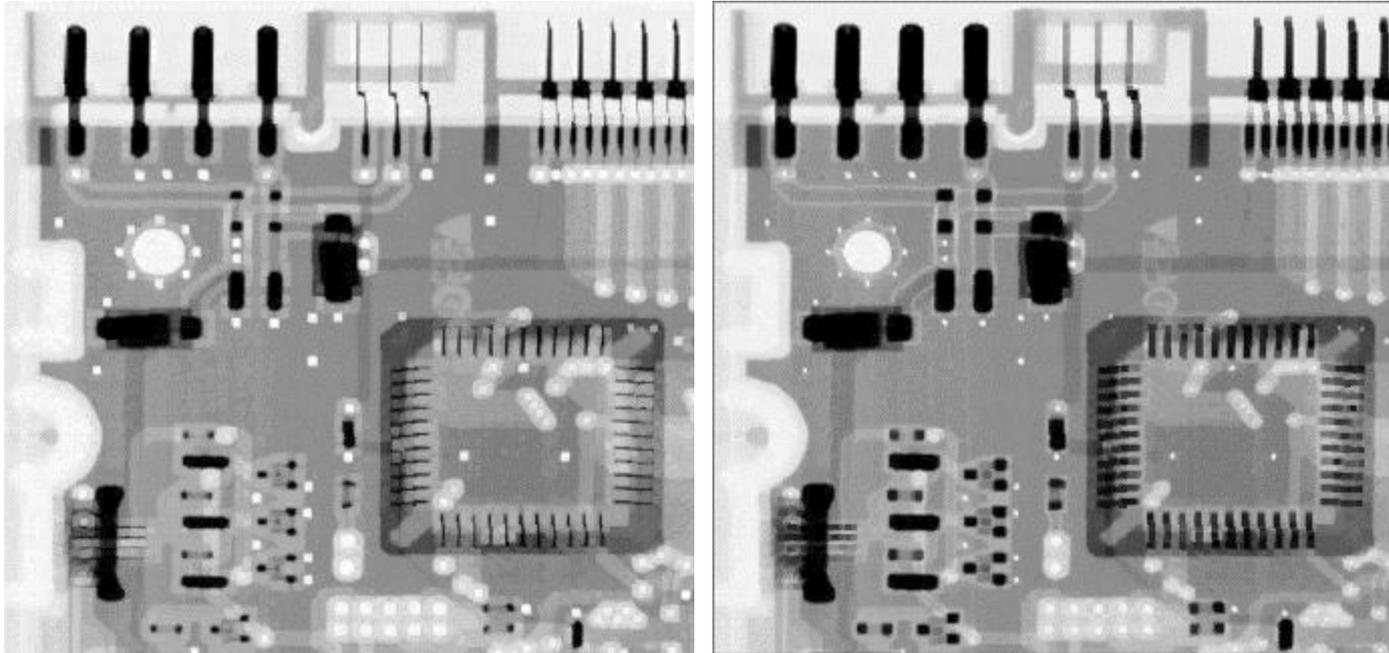
次序统计滤波器

a b
c d

FIGURE 5.10
(a) Image corrupted by salt-and-pepper noise with probabilities $P_a = P_b = 0.1$.
(b) Result of one pass with a median filter of size 3×3 .
(c) Result of processing (b) with this filter.
(d) Result of processing (c) with the same filter.



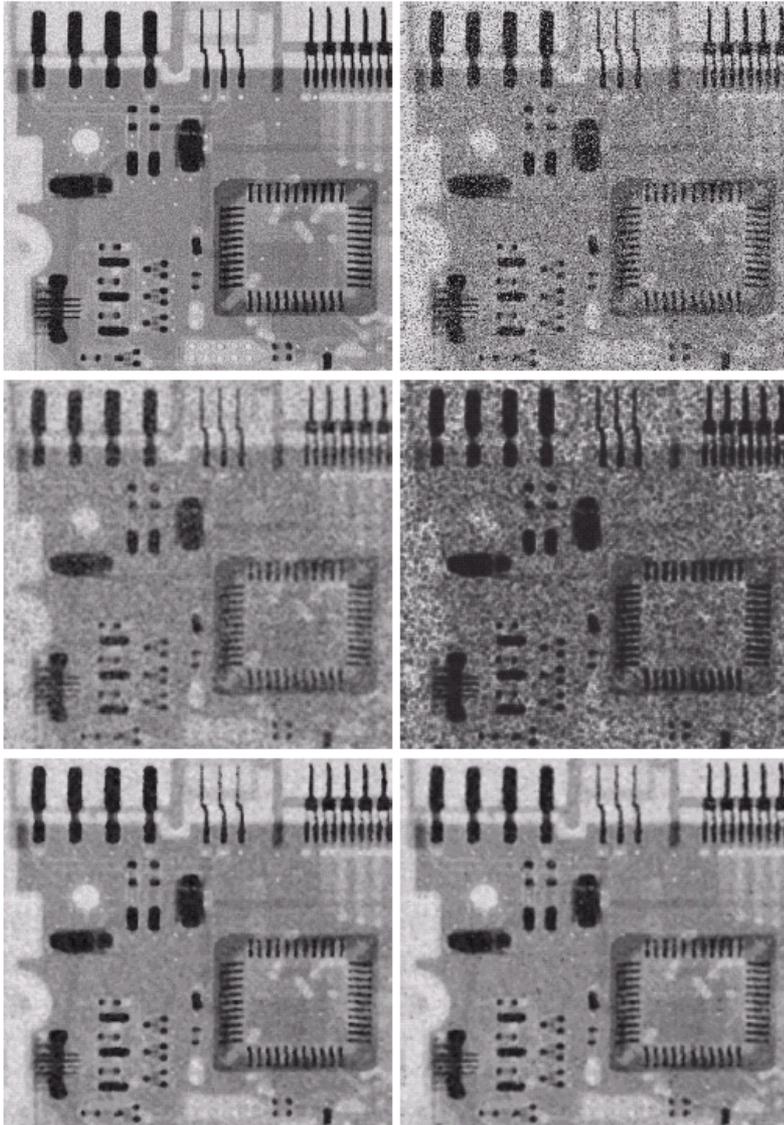
次序统计滤波器：实例



a b

FIGURE 5.11
(a) Result of filtering Fig. 5.8(a) with a max filter of size 3×3 . (b) Result of filtering 5.8(b) with a min filter of the same size.

次序统计滤波器：实例



a	b
c	d
e	f

FIGURE 5.12 (a) Image corrupted by additive uniform noise. (b) Image additionally corrupted by additive salt-and-pepper noise. Image in (b) filtered with a 5×5 : (c) arithmetic mean filter; (d) geometric mean filter; (e) median filter; and (f) alpha-trimmed mean filter with $d = 5$.



图像去噪

□ 图像去噪

- 背景知识
- 空间域噪声去除
- 频率域噪声去除



基于频域滤波的噪声去除

- 带阻滤波器(Bandreject Filters)
- 带通滤波器(Bandpass Filters)
- 槽口滤波器(Notch Filters)



带阻滤波器

□ 理想带阻滤波器

$$H(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{if } D(u, v) \leq D_0 - \frac{W}{2} \\ 0, & \text{if } D_0 - \frac{W}{2} \leq D(u, v) \leq D_0 + \frac{W}{2} \\ 1, & \text{if } D(u, v) > D_0 + \frac{W}{2} \end{cases}$$

□ Butterworth带阻滤波器

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u, v)W}{D^2(u, v) + D_0^2} \right]^{2n}}$$

□ 高斯带阻滤波器

$$H(u, v) = 1 - e^{-\frac{D^2(u, v) + D_0^2}{2D(u, v)W}}$$

带阻滤波器

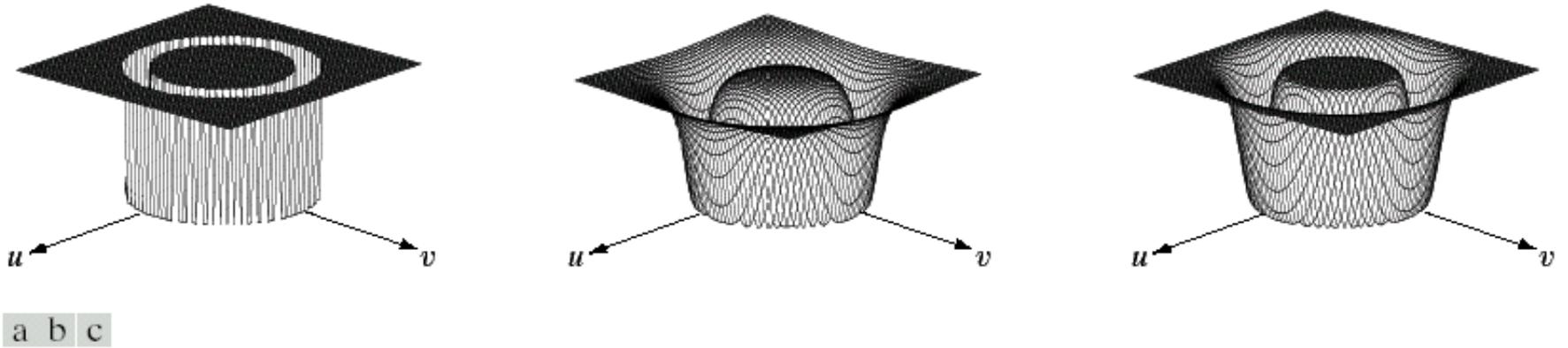
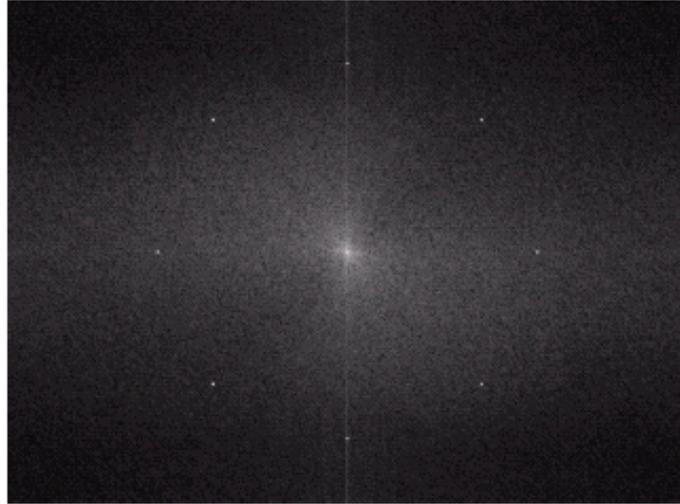
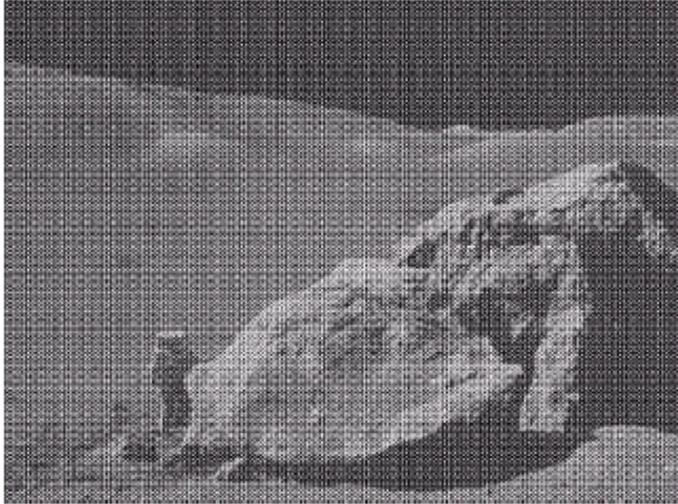


FIGURE 5.15 From left to right, perspective plots of ideal, Butterworth (of order 1), and Gaussian bandreject filters.

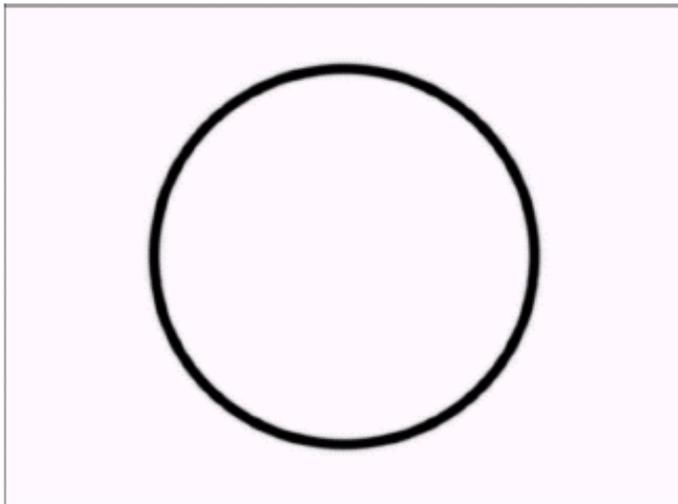
带阻滤波器



a	b
c	d

FIGURE 5.16

(a) Image corrupted by sinusoidal noise.
(b) Spectrum of (a).
(c) Butterworth bandreject filter (white represents 1).
(d) Result of filtering. (Original image courtesy of NASA.)

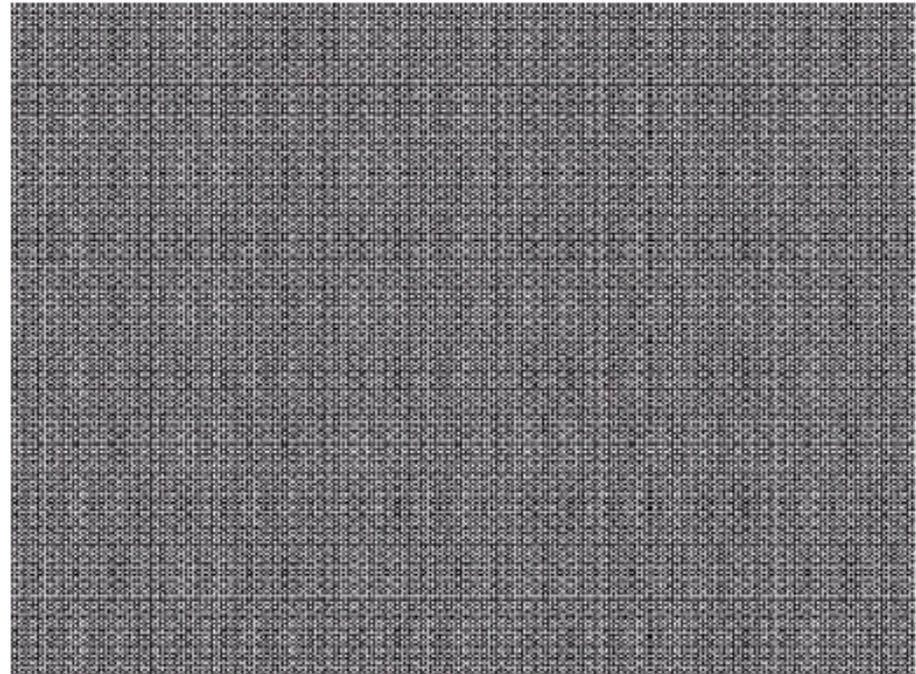


带通滤波器

带通滤波器与带阻滤波器功能相反

$$H_{bp}(u, v) = 1 - H_{br}(u, v)$$

FIGURE 5.17
Noise pattern of
the image in
Fig. 5.16(a)
obtained by
bandpass filtering.



槽口滤波器

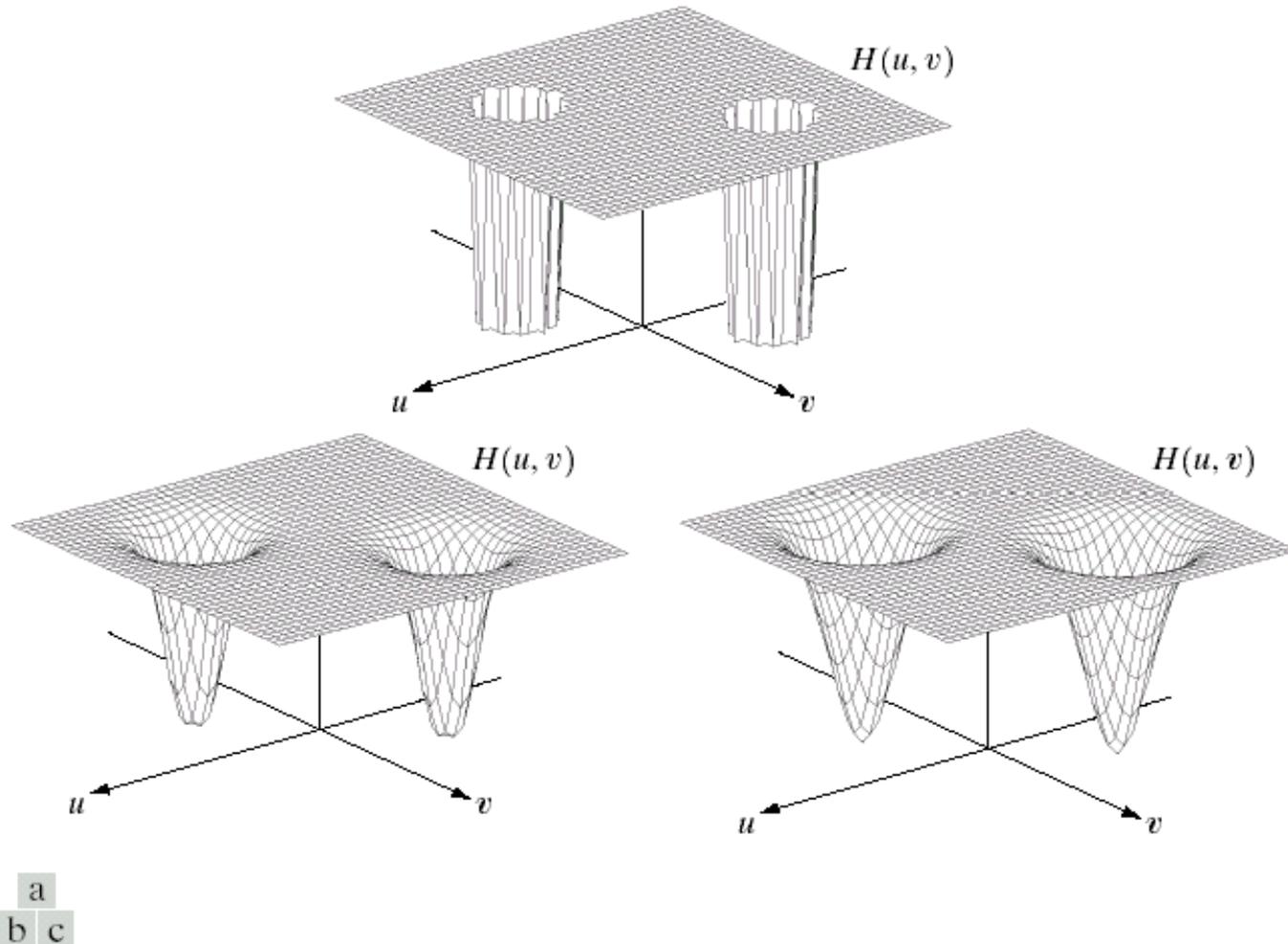
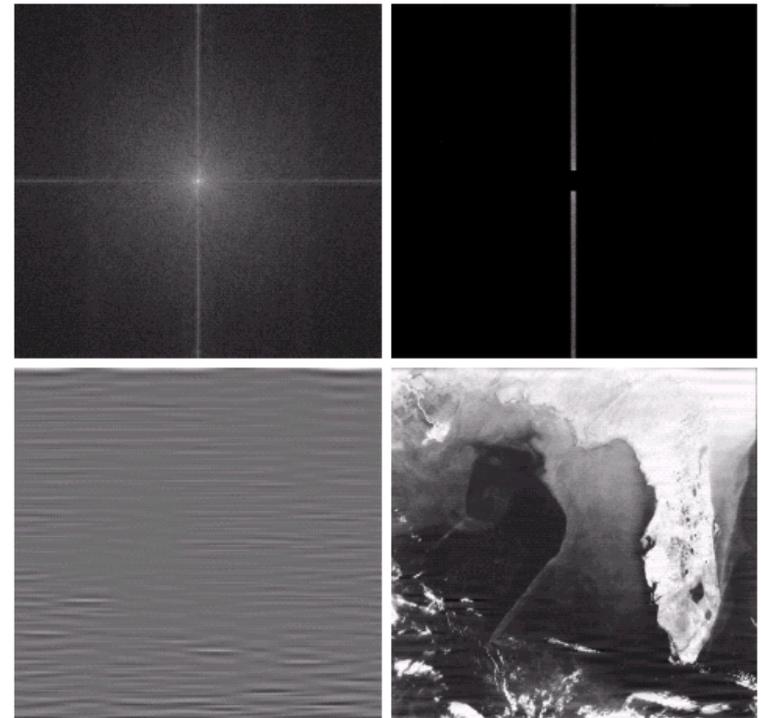


FIGURE 5.18 Perspective plots of (a) ideal, (b) Butterworth (of order 2), and (c) Gaussian notch (reject) filters.

槽口滤波器

a
b c
d e

FIGURE 5.19 (a) Satellite image of Florida and the Gulf of Mexico (note horizontal sensor scan lines). (b) Spectrum of (a). (c) Notch pass filter shown superimposed on (b). (d) Inverse Fourier transform of filtered image, showing noise pattern in the spatial domain. (e) Result of notch reject filtering. (Original image courtesy of NOAA.)





图像恢复

- 图像恢复的背景
- 图像去噪
- 图像去模糊
- 图像的几何校正
- 图像修复
- 基于压缩感知的图像恢复
- 图像恢复新的趋势



图像去模糊

- 线性位置不变降质模型
- 降质函数估计
- 基于模型进行图像恢复
- 其他方法



线性位置不变降质模型

□ 降质过程

$$g(x, y) = H[f(x, y)] + \eta(x, y)$$

□ 线性系统

$$H[af_1(x, y) + bf_2(x, y)] = aH[f_1(x, y)] + bH[f_2(x, y)]$$

□ 位置不变系统

$$\begin{aligned} H[f(x, y)] &= g(x, y) \\ H[f(x - \alpha, y - \beta)] &= g(x - \alpha, y - \beta) \end{aligned}$$

□ 线型位置不变降质模型

$$\begin{aligned} g(x, y) &= h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y) \\ G(u, v) &= H(u, v) \odot F(u, v) + N(u, v) \end{aligned}$$



图像去模糊

- 线性位置不变降质模型
- 降质函数估计
- 基于模型进行图像恢复
- 其他方法



估计降质函数

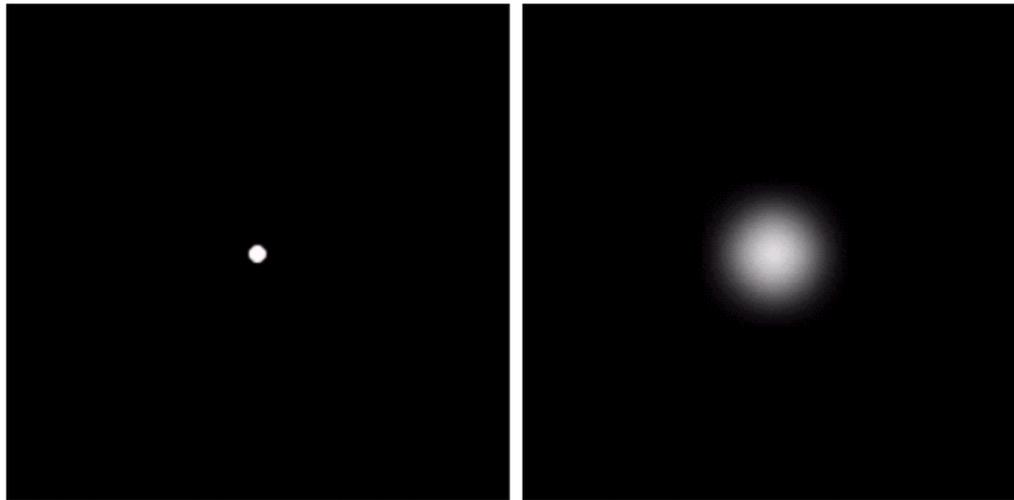
- 通过观测图像估计(Estimation by Image Observation)
- 通过实验估计(Estimation by Experimentation)
- 通过数学建模估计(Estimation by Modeling)

估计降质函数

□ 观测图像估计

- 见微知著：图像中包含一些具有高对比度的局部区域，这些区域往往容易利用它的高对比度特性直接估计出清晰图像的信息，再通过上述的线性位置不变降质模型，就能大体上估计出降质函数的具体形式

□ 实验估计：往往是在实验室环境下产生只有一个亮点的成像场景，然后通过观测成像后的图像这个亮点被模糊扩展的程度得到降质函数



a b

FIGURE 5.24
Degradation estimation by impulse characterization.
(a) An impulse of light (shown magnified).
(b) Imaged (degraded) impulse.

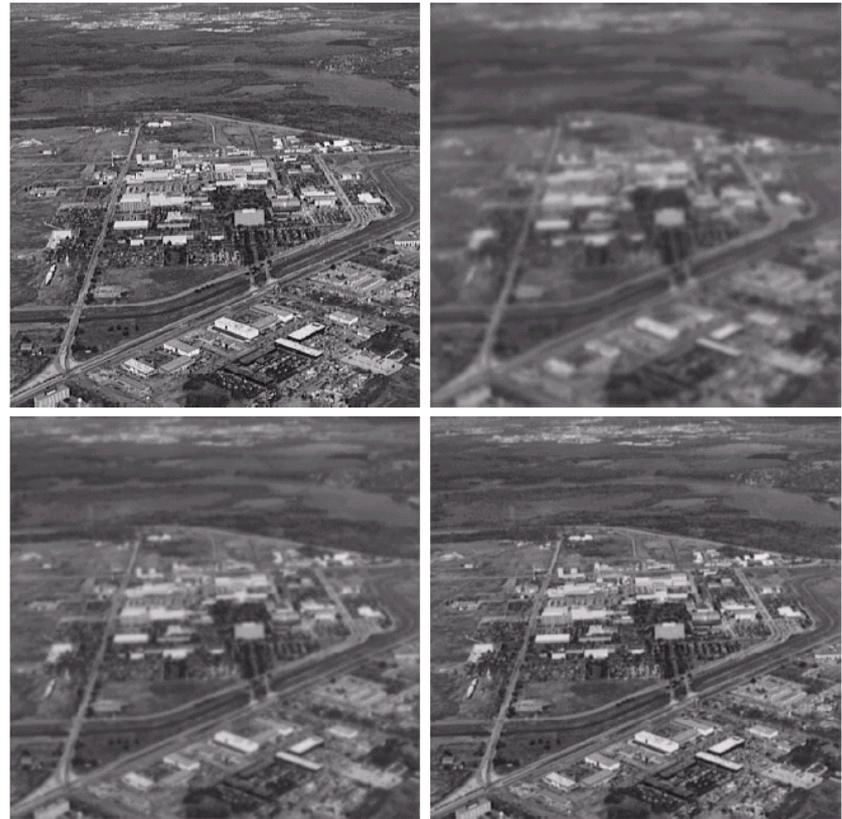
估计降质函数

- 数学建模估计：降质函数建模为解析形式的数学模型，通过估计数学模型的参数来实现对降质函数的估计

在航空摄影中，由于气流的扰动造成的成像模糊，被称为湍流模糊

a b
c d

FIGURE 5.25
Illustration of the atmospheric turbulence model.
(a) Negligible turbulence.
(b) Severe turbulence, $k = 0.0025$.
(c) Mild turbulence, $k = 0.001$.
(d) Low turbulence, $k = 0.00025$.
(Original image courtesy of NASA.)



$$H(u, v) = e^{-k(u^2+v^2)^{5/6}}$$

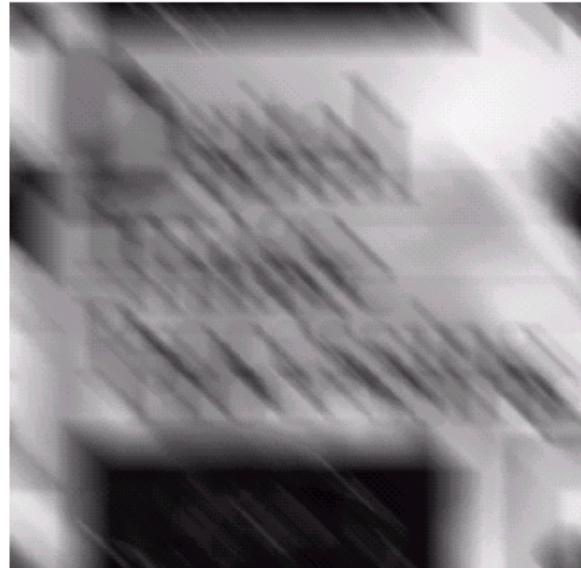
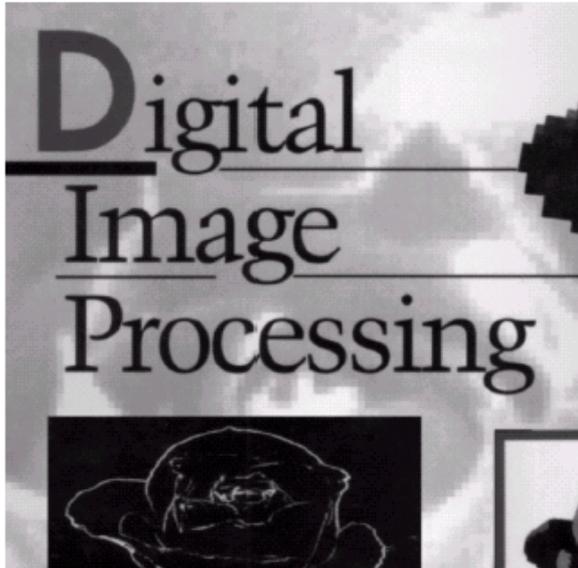
估计降质函数

□ 从基本原理推导数学模型

- 图像的模糊是由于拍摄时摄影师的手发生了直线移动造成的，并且这个直线移动可以近似为匀速直线运动，那么利用相对运动的原理，我们可以把模糊过程建模为一个积分过程：

$$g(x, y) = \int_0^T f[x - x_0(t), y - y_0(t)] dt, \text{ 其中 } x(t) = \frac{at}{T}, y(t) = \frac{bt}{T}$$

$$\text{对应系统函数: } H(u, v) = \frac{T}{\pi(ua + vb)} \sin[\pi(ua + vb)] e^{-j\pi(ua + vb)}$$





图像去模糊

- 线性位置不变降质模型
- 降质函数估计
- 基于模型进行图像恢复
- 其他方法

逆滤波

- 最简单且粗糙的恢复方法
- 降质图像频谱直接除以降质函数：

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}, \quad \hat{F}(u, v) = F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)}$$

- 即使得到降质函数，难以精确重建
- 解决方法：限制频谱范围
 - 通过施加一个低通滤波器实现

a b
c d

FIGURE 5.27
Restoring
Fig. 5.25(b) with
Eq. (5.7-1).
(a) Result of
using the full
filter. (b) Result
with H cut off
outside a radius of
40; (c) outside a
radius of 70; and
(d) outside a
radius of 85.





最小均方误差（维纳）滤波

- 假设：图像和噪声都是随机变量，系统函数 $H(u, v)$ 已知
- 目标：寻找未污染图像 f 的一个估计 \hat{f} ，使得它们的均方误差最小，即

$$e^2 = E\{(f - \hat{f})^2\}$$

- 当已知信号和噪声功率谱 S_f 和 S_η 时，可得：

$$F(u, v) = \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{S_\eta(u, v)}{S_f(u, v)}} \right] G(u, v)$$

- 当 $\frac{S_\eta(u, v)}{S_f(u, v)} = K$ 时， $F(u, v) = L(u, v) \odot G(u, v)$
$$= \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \right] G(u, v)$$

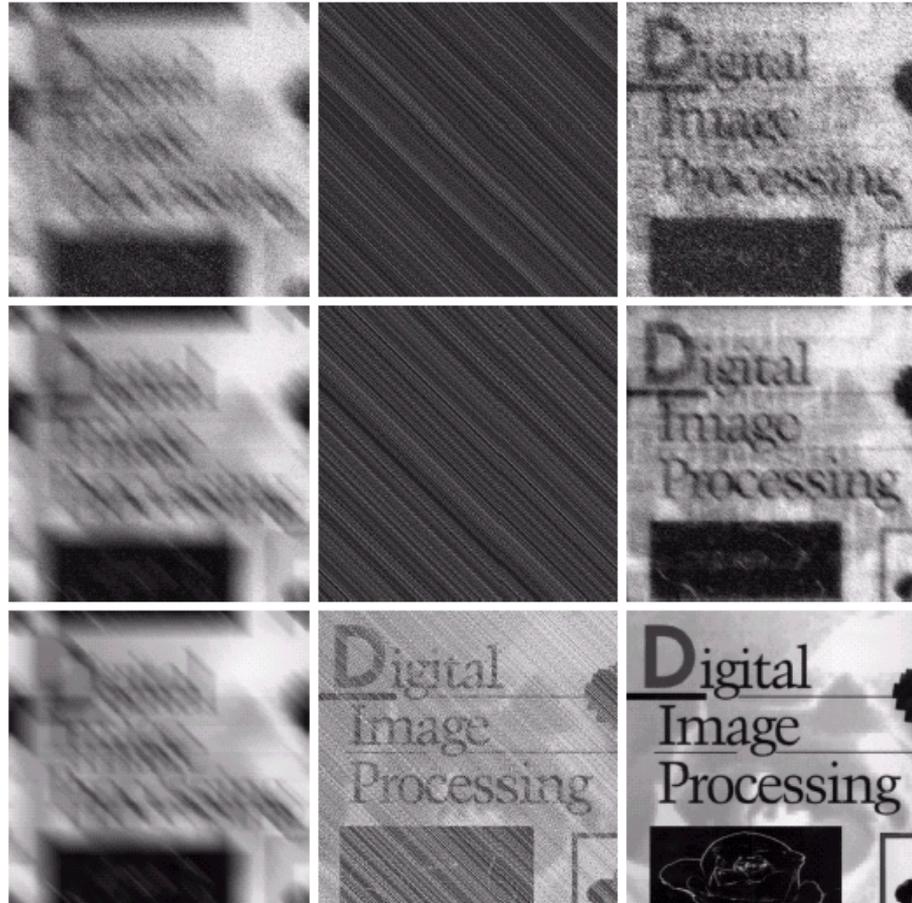
维纳滤波结果对比



a b c

FIGURE 5.28 Comparison of inverse- and Wiener filtering. (a) Result of full inverse filtering of Fig. 5.25(b). (b) Radially limited inverse filter result. (c) Wiener filter result.

维纳滤波结果对比



a b c
d e f
g h i

FIGURE 5.29 (a) Image corrupted by motion blur and additive noise. (b) Result of inverse filtering. (c) Result of Wiener filtering. (d)–(f) Same sequence, but with noise variance one order of magnitude less. (g)–(i) Same sequence, but noise variance reduced by five orders of magnitude from (a). Note in (h) how the deblurred image is quite visible through a “curtain” of noise.



约束最小二乘滤波

□ 与维纳滤波相比

- 不需要知道信号和噪声的频谱，仅需知道噪声的均值和方差
- 维纳滤波的最优是平均意义上的，代数法是针对每一幅具体的图像

降质模型： $g = Hf + \eta$

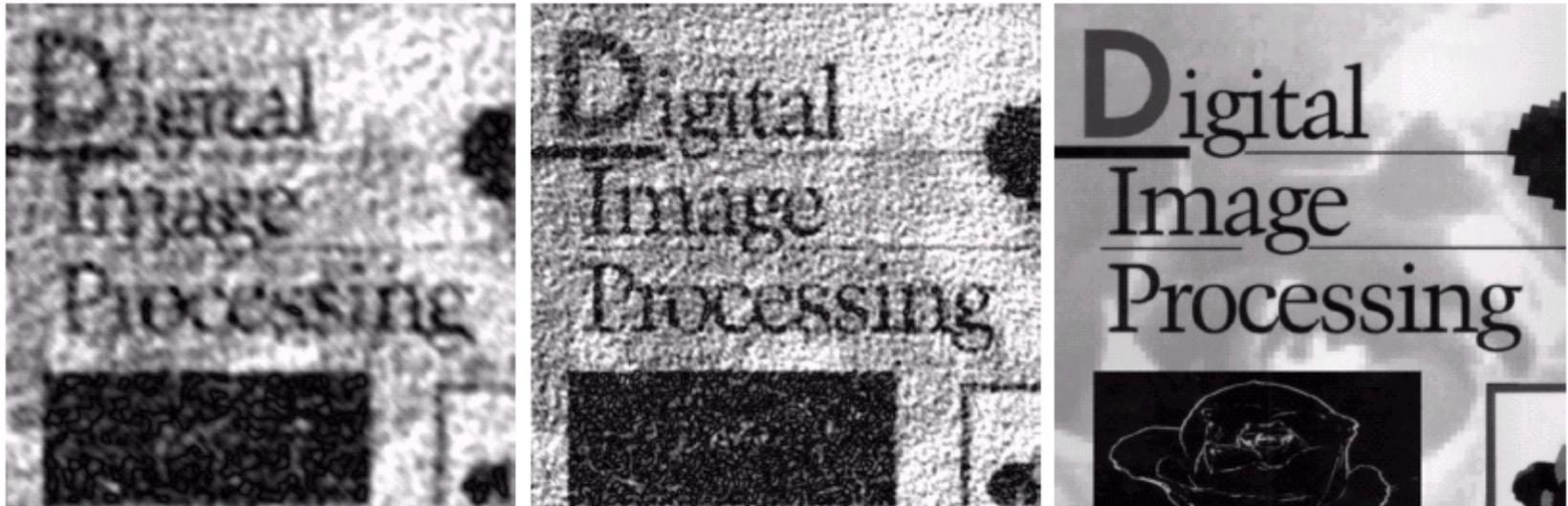
$$\text{最小化： } C = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [\nabla^2 f(x, y)]^2$$

$$\text{条件： } \|g - H\hat{f}\|^2 = \|\eta\|^2$$

$$\text{频域解： } F(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma|P(u, v)|^2} \right] G(u, v)$$

$$\text{其中 } P = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \text{ 参数 } \gamma \text{ 与噪声的均值和方差有关}$$

图像恢复结果示例

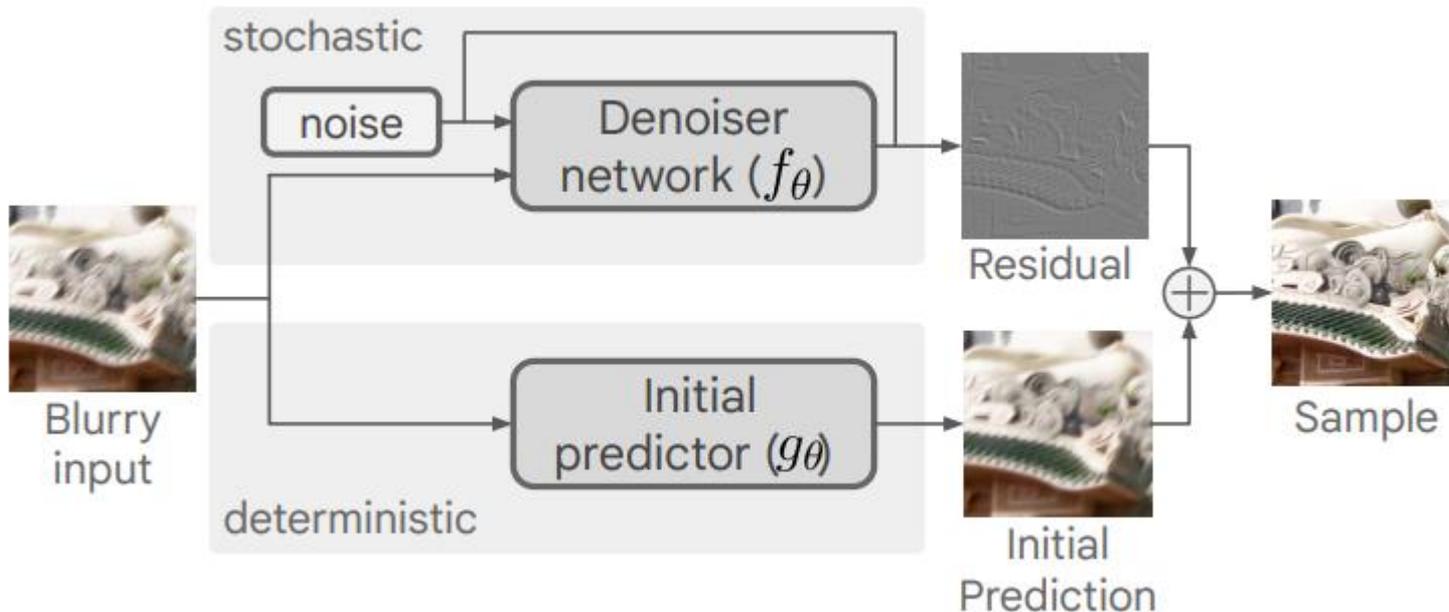


a b c

FIGURE 5.30 Results of constrained least squares filtering. Compare (a), (b), and (c) with the Wiener filtering results in Figs. 5.29(c), (f), and (i), respectively.

图像去模糊

- 基于Diffusion model的图像去模糊方法
 - The initial predictor产生一个deterministic candidate
 - the denoiser network建模这个候选与最终恢复结果的残差



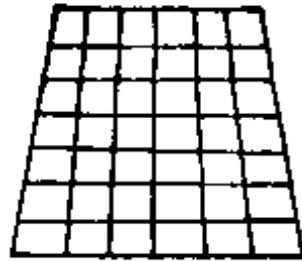
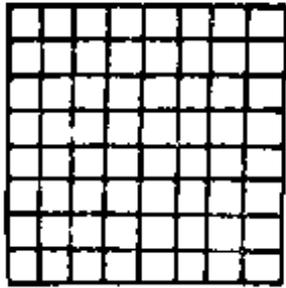


图像恢复

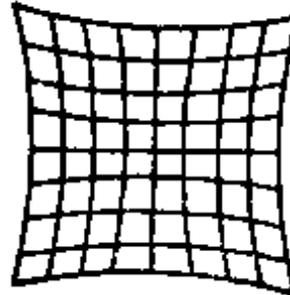
- 图像恢复的背景
- 图像去噪
- 图像去模糊
- 图像的几何校正
- 图像修复
- 图像恢复新的趋势

几何校正

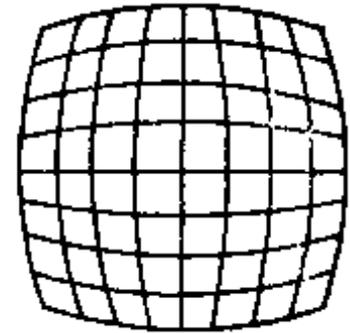
- 恢复或校正几何畸变，不改变灰度
- 通常分两步进行：
 - 坐标的几何校正(空间变换)
 - 象素灰度值的估计(灰度插值)



投影畸变



枕形畸变

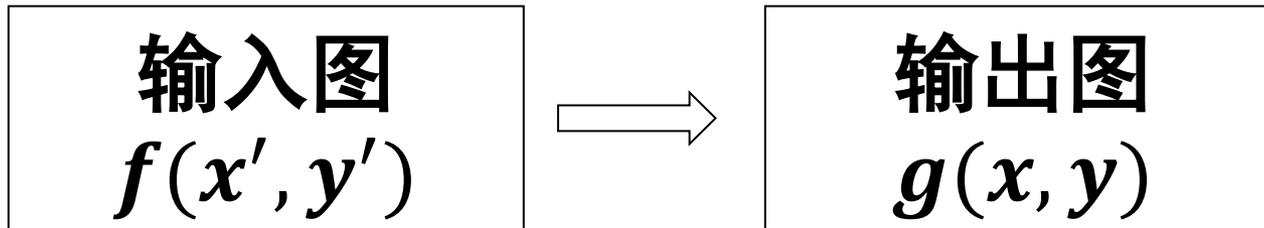


桶形畸变

坐标几何校正

□ 空间变换一般形式：

$$g(x, y) = f(x', y') = f[a(x, y), b(x, y)]$$





坐标几何校正

- 建立恢复图象网格坐标与失真图象网格坐标之间的对应关系
- 这一对应关系可以用多项式来表示。一般用二次多项式
- 为了求得变换多项式的系数，必须要有足够多、合适的控制点。
- 变换式和控制点的选取关系到校正的精度和计算量



确定多项式变换系数

基于二次多项式坐标变换：

$$p = a_0 + a_1i + a_2j + a_3i^2 + a_4j^2 + a_5ij$$

$$q = b_0 + b_1i + b_2j + b_3i^2 + b_4j^2 + b_5ij$$

控制点：

$$\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_M]^T$$

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_M]^T$$

由一组控制点，得到变换多项式的系数。



灰度插值

□ 灰度插值的原因是：

- 输入输出图像坐标间的映射通常不会是整数转换到整数坐标，即输入图像的像素往往映射到输出图像几个像素之间。

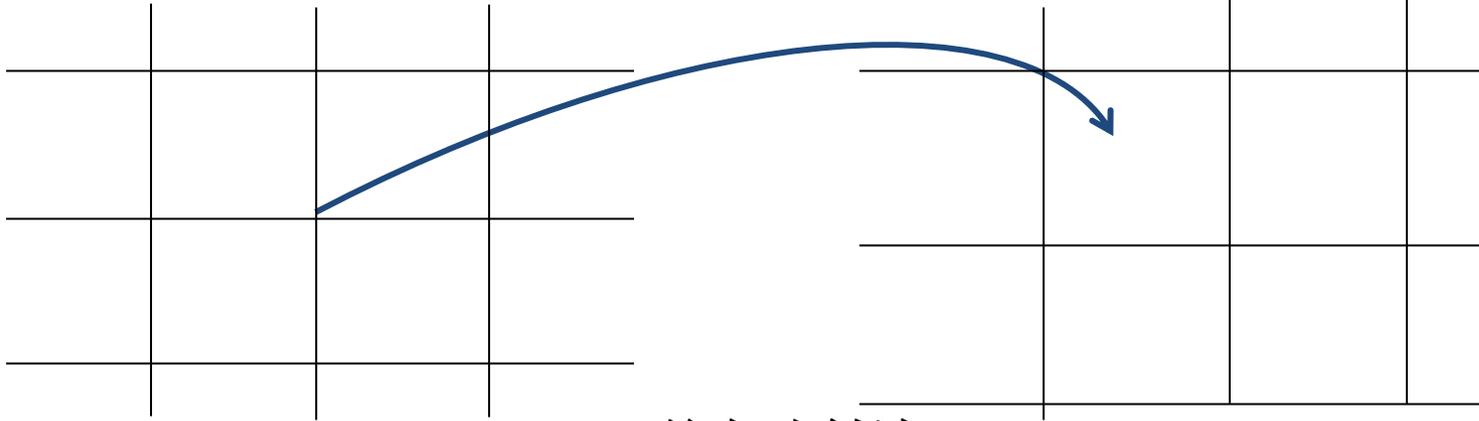
□ 灰度插值的实现有两种方法：

- 前向映射法
- 后向映射法（常用）

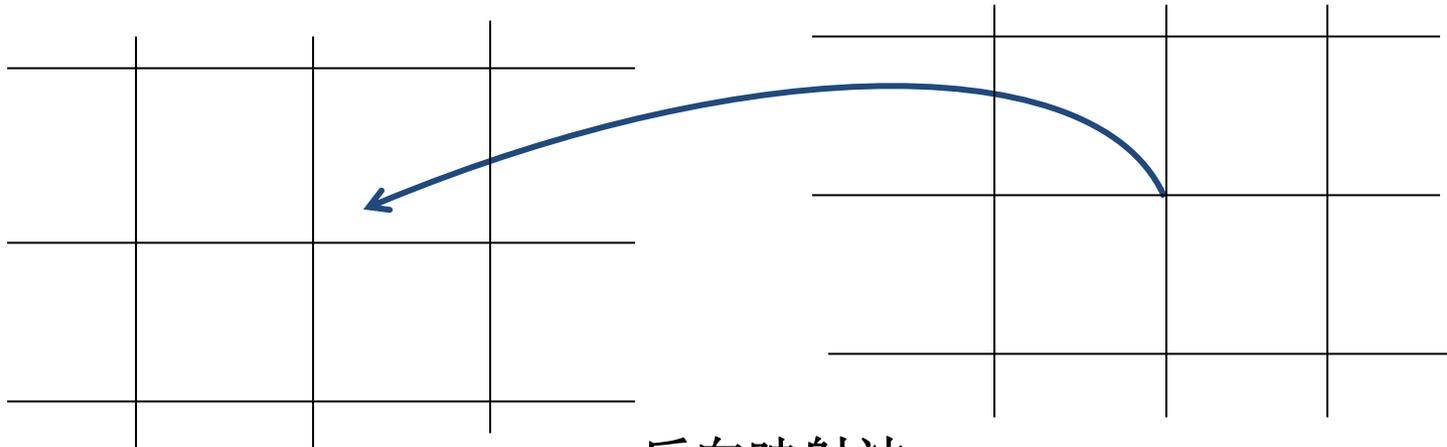
灰度插值

待矫正图像 (输入)

矫正结果图像 (输出, 待求)



前向映射法



后向映射法



像素灰度值的估计

1. 最近邻赋值

- 也称零阶差值，把最靠近点的像素值赋予改点
- 计算简单，结果一般可以接受，但细节处质量差

2. 双向线型插值

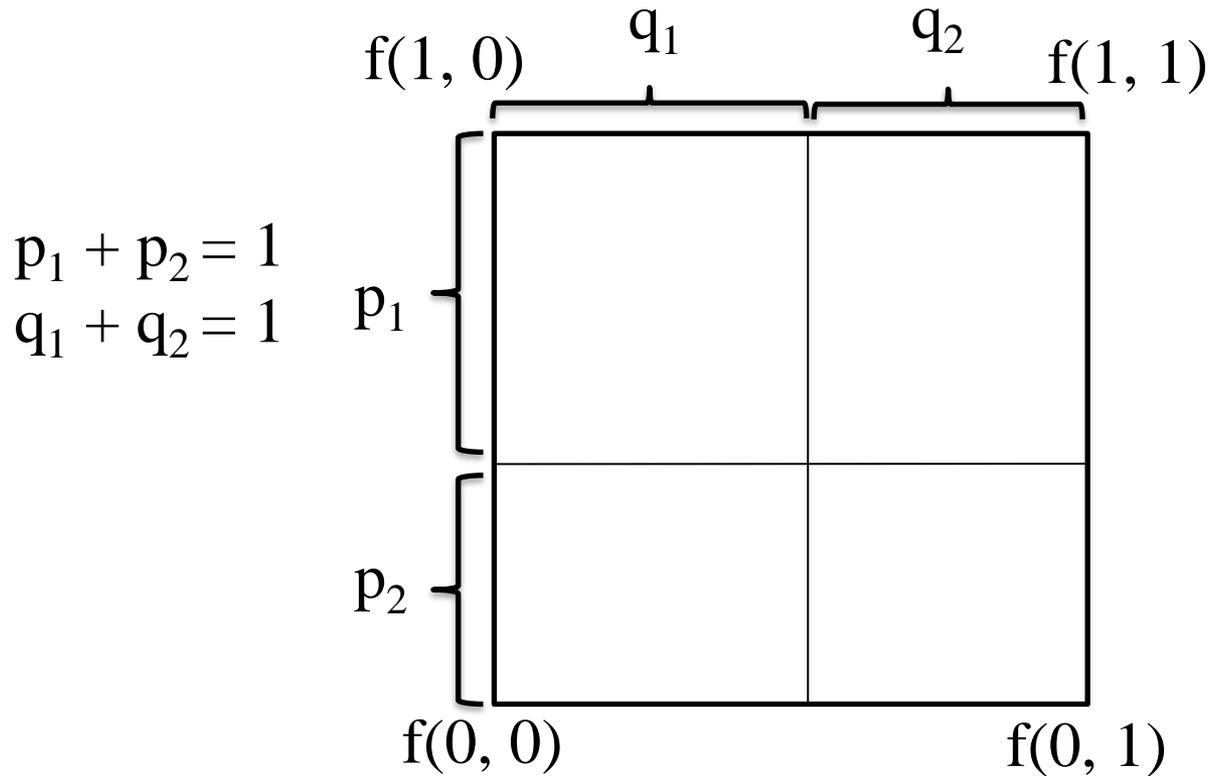
- 也称一阶插值
- 计算稍复杂，结果比零阶插值好，虽然在边界处是连续的，但是其导数不连续

3. 高阶插值

- 计算复杂，可以克服边界处导数的不连续性



双向线性插值计算式

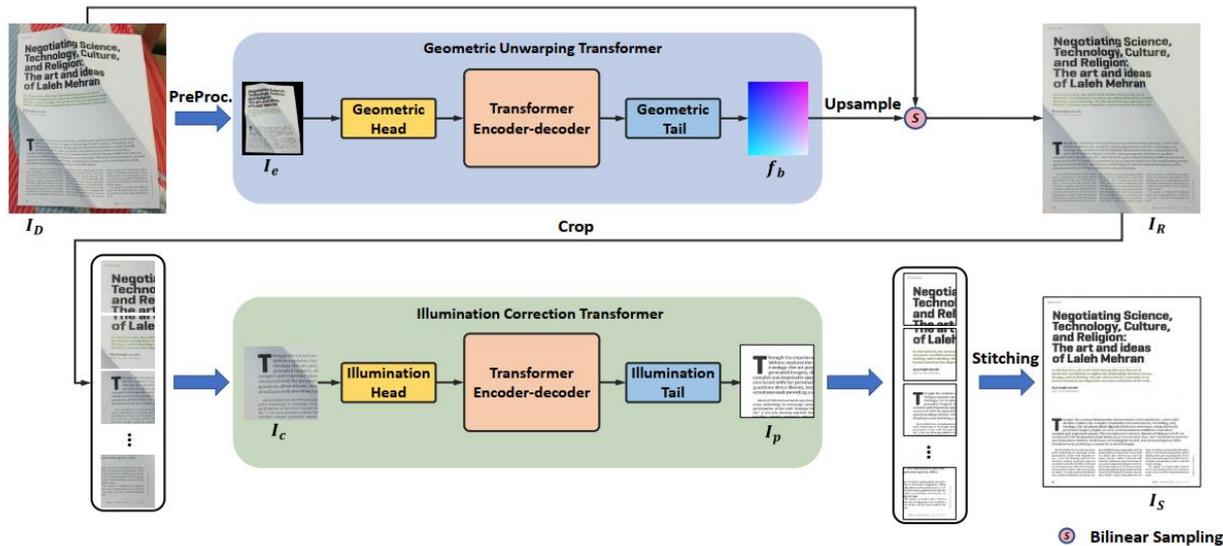


由 $f(x, y) = a \cdot x + b \cdot y + c \cdot x \cdot y + d$ ，将四个点坐标和灰度信息代入，最后可得：

$$f(x, y) = \frac{f(0,0)p_1q_2 + f(1,0)p_2q_2 + f(0,1)p_1q_1 + f(1,1)p_2q_1}{(p_1 + p_2)(q_1 + q_2)}$$

文档图像校正

- 提出了基于Transformer的褶皱文档图像矫正方法
 - Two-stage Transformer-based框架： 基于纸张形变和光照的全局特性，结合Transformer的全局特征提取能力，解决文档矫正问题



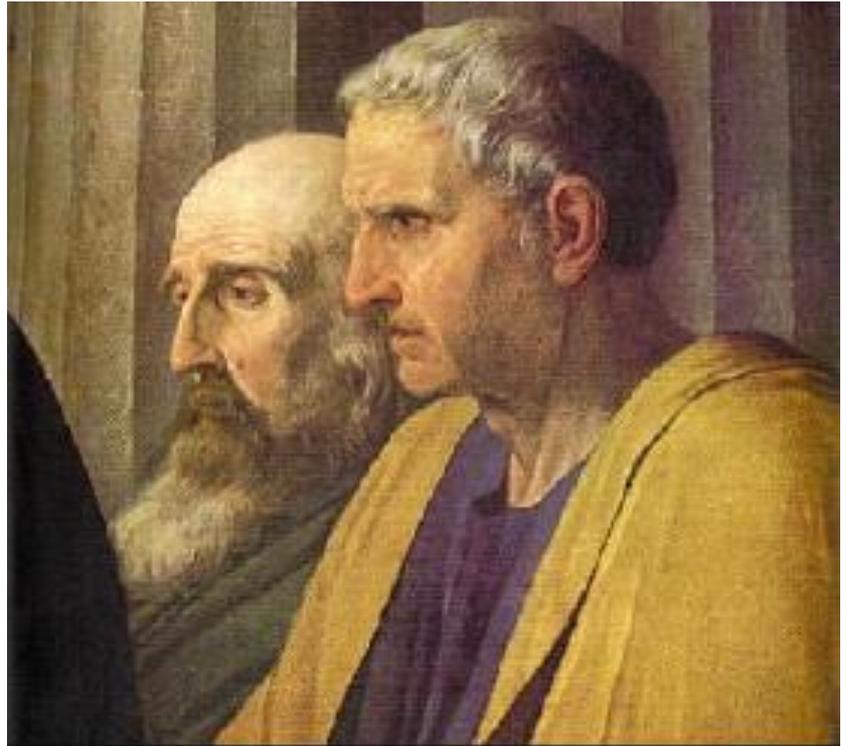
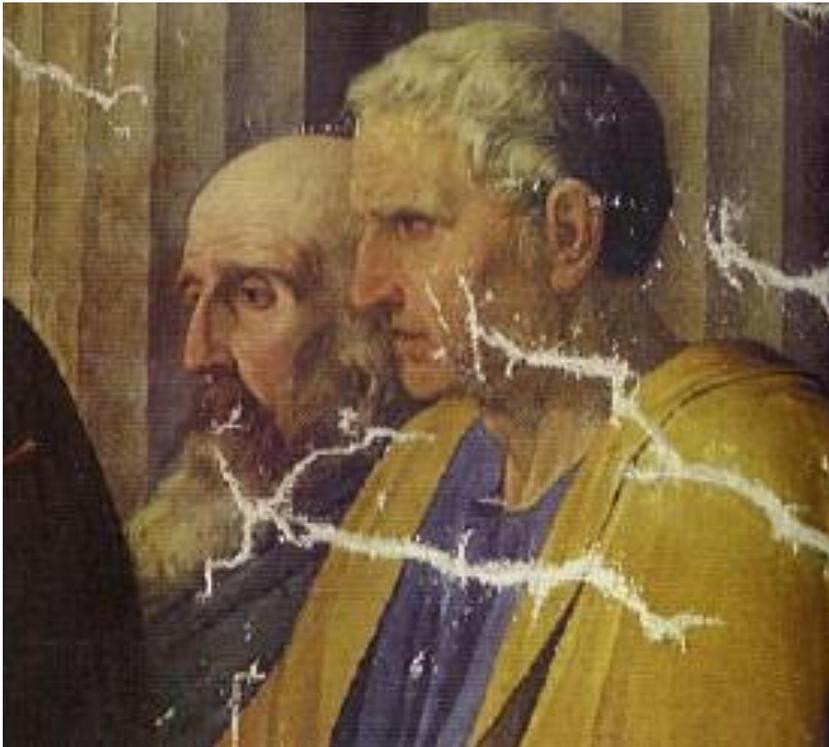


图像恢复

- 图像恢复的背景
- 图像去噪
- 图像去模糊
- 图像的几何校正
- **图像修复**
- 基于压缩感知的图像恢复
- 图像恢复新的趋势

图像修复

- 以一种无法检测到的形式修改图像的技术



例:古书画的数字化修复

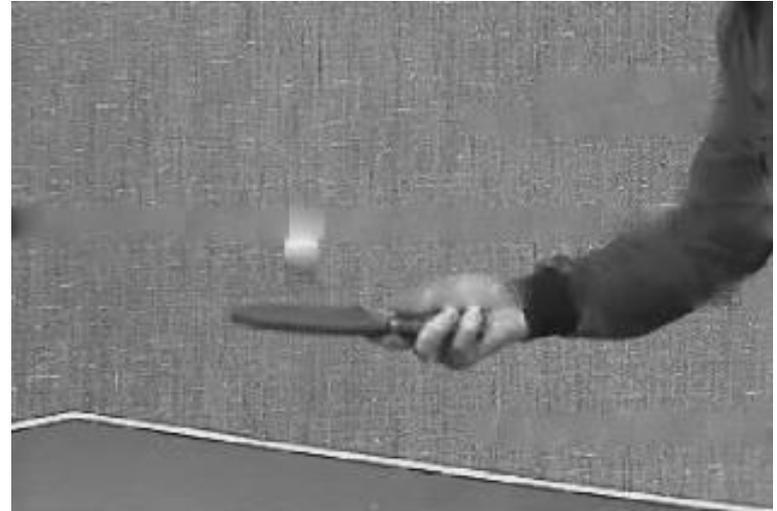
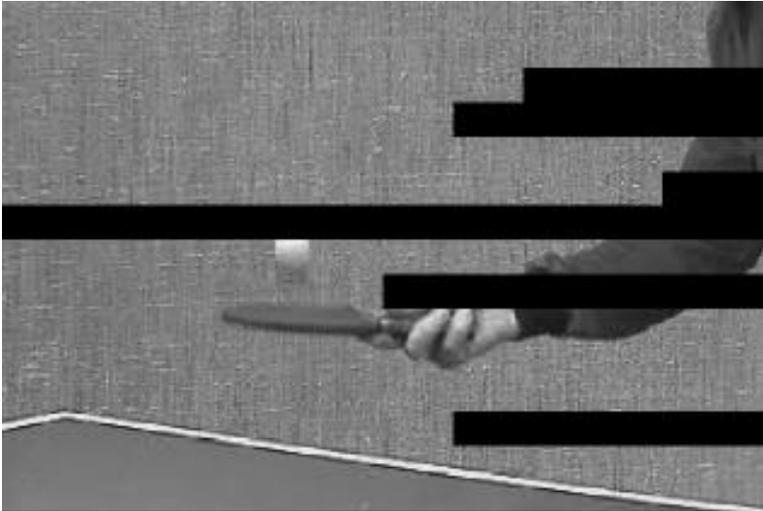




例:去除图像或者视频中不想要的物体



例:视频传输过程中的差错消除



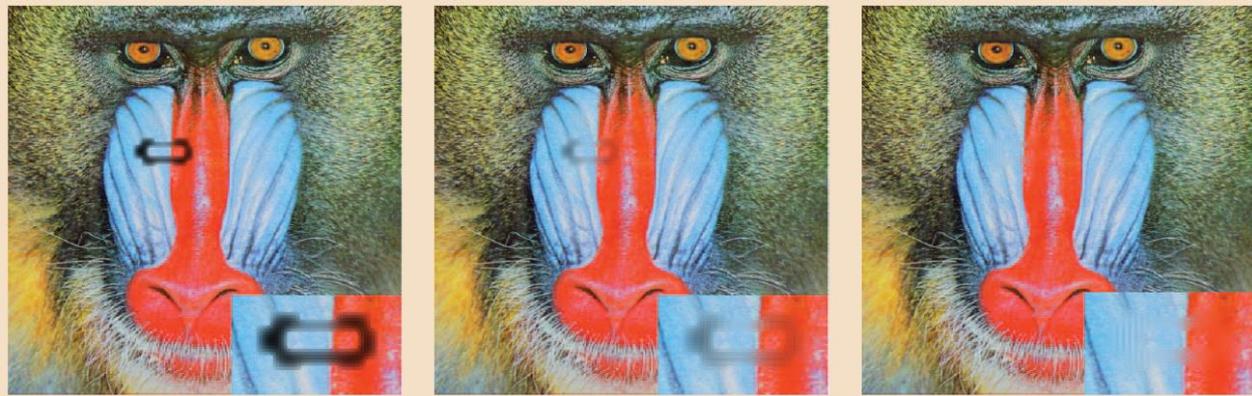


图像修复的相关工作

- 基于扩散的图像修复
 - 基于PDE的图像修复
 - 基于变分的图像恢复
- 基于纹理合成的图像修复
 - 基于结构传播的图像修复

基于PDE的图像修复

- 如果一个像素在图像等高线上，必须沿着图像等高线平滑；如果一个像素在一致性区域，沿所有方向平滑
- Bertalmio等人于2000年提出
- 演化方程：
$$\frac{\partial I}{\partial t} = \nabla(\Delta I) \nabla I^\perp$$
 - 梯度表示最大的空间变化方向，垂直表示等高线方向；
 - 优化上式代表沿着等高线方向平滑
 - Image inpainting的开山之作



基于变分的图像修复



图像修复: 一个病态的问题

我们没有足够的信息。

怎么解决这个问题?

增加约束条件:

- 光滑
- 边缘长度最小

.....

然后建立一个模型, 通常是用待修复区域的积分函数, 例如:

基于变分的图像修复

□ TV (Total Variation) 模型

$$J_{\text{TV}}(\hat{\mathbf{I}}) = \int_{\Omega} |\nabla \hat{\mathbf{I}}(\mathbf{x})| d\mathbf{x} + \lambda \int_{\Omega \cup U} (\mathbf{I}(\mathbf{x}) - \hat{\mathbf{I}}(\mathbf{x}))^2 d\mathbf{x}$$

- 第一项是正则项，整体图像的梯度幅值之和较小
- 第二项是在待修复之外的区域，修复后的图像和原图像之间的差距越小越好



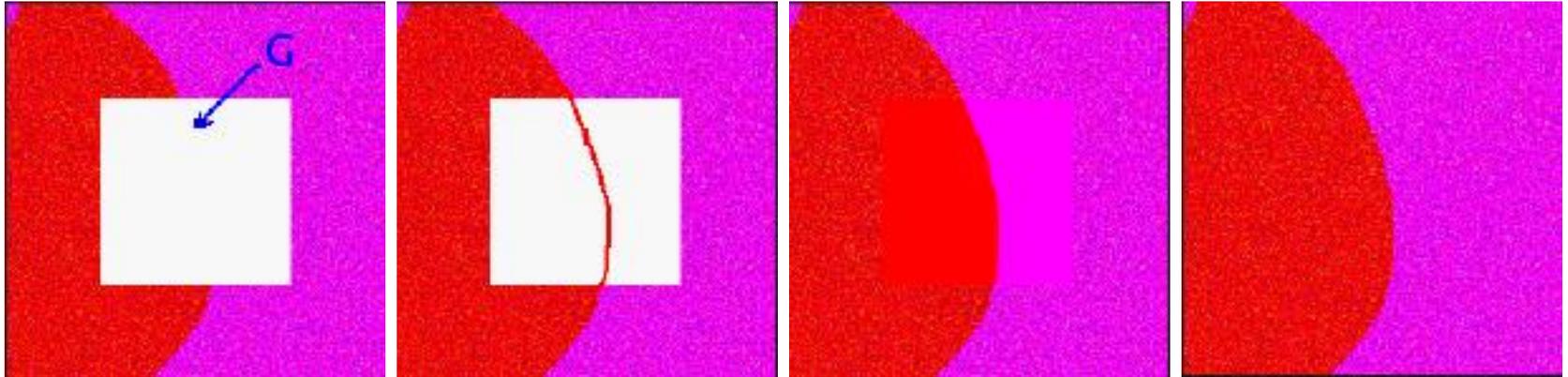
基于扩散的图像修复

- 基于扩散的图像修复在进行大区域修复时，会导致图像过平滑



[1] C. Guillemot and O. Le Meur, "Image Inpainting : Overview and Recent Advances," in IEEE Signal Processing Magazine, vol. 31, no. 1, pp. 127-144, Jan. 2014, doi: 10.1109/MSP.2013.2273004.

纹理合成图像修复主要思想

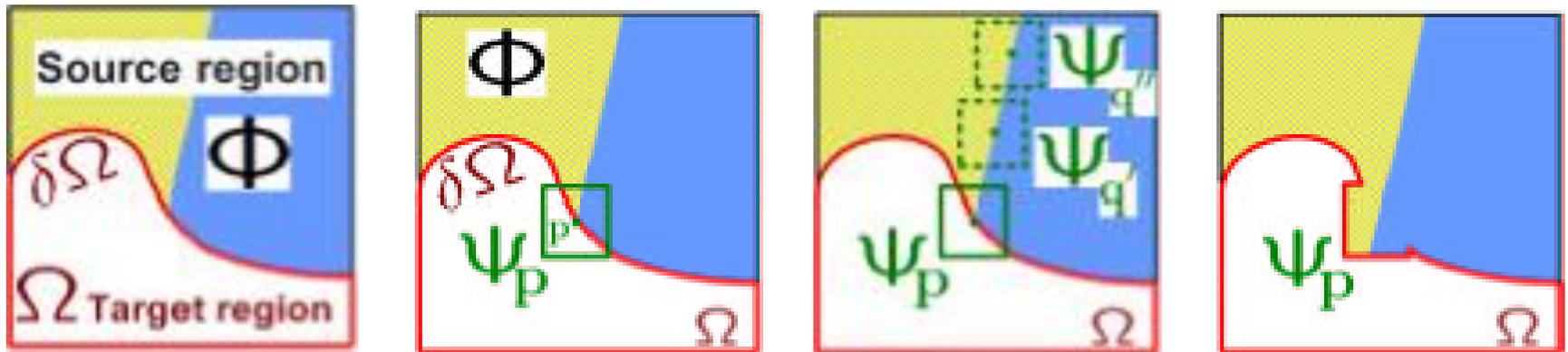


根据明尼阿波利斯(Minneapolis) 艺术学院管理者的经验:

1. 确定怎么去修复白色区域同时保持图像的一致性
2. 该区域周围的**结构**一直持续到间隙
3. 填充不同的区域
4. 添加纹理信息

怎么将纹理合成应用到图像修复中?

1. 选择待修复区域。
2. 根据**一定的标准**，选择样本纹理。
 - ✓ 优先度
 - ✓ 块匹配
3. 纹理合成



- Criminisi A, Perez P, Toyama K. Object removal by exemplar-based inpainting. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2003.

示例结果-1

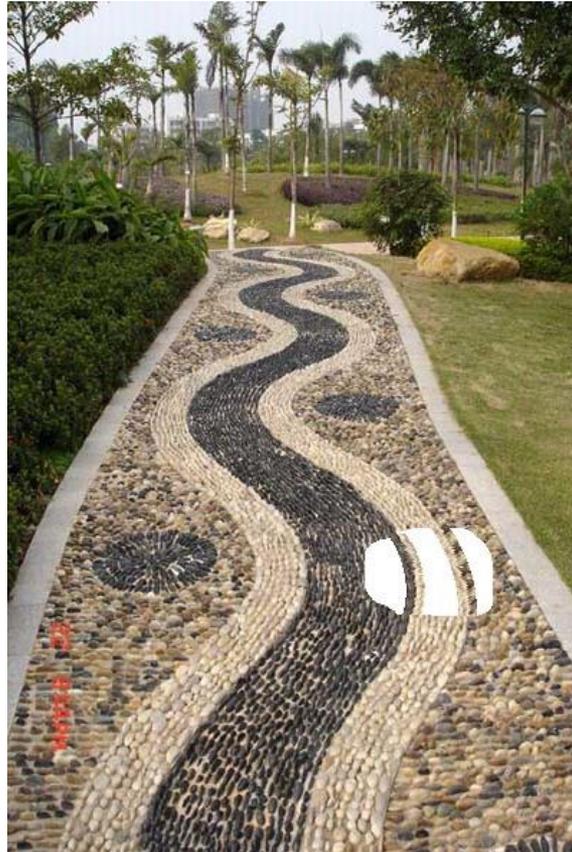


纹理合成
的实验结果



基于PDE方法
的实验结果

示例结果-2



示例结果-3



示例结果-4



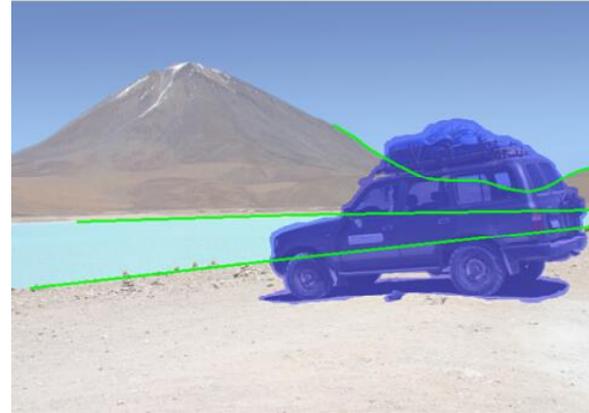
基于结构传播的图像修复



例子(1)



原图



待修复区域和手画结构曲线



结构修复结果

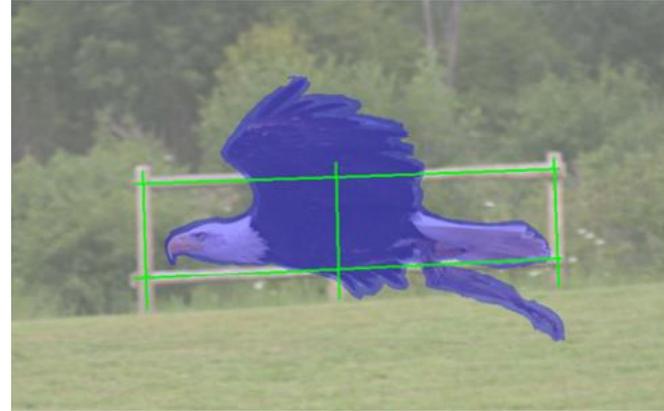


纹理修复结果

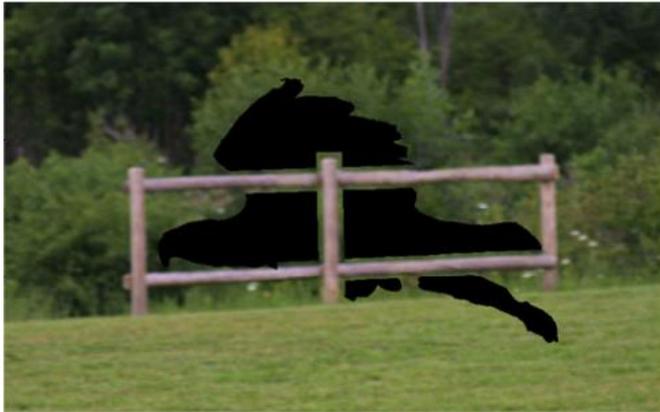
例子(2)



原图



待修复区域和手画结构曲线



结构修复结果



纹理修复结果



图像恢复

- 图像恢复的背景
- 图像去噪
- 图像去模糊
- 图像的几何校正
- 图像修复
- 基于压缩感知的图像恢复
- 图像恢复新的趋势



压缩感知 (Compressed Sensing, 2004)

- 压缩感知又称压缩采样，是一种对信号进行采样的技术，在采样的过程中完成了数据的压缩
- Nyquist采样定理 (1928年)
 - 采样频率必须大于信号中最高频率的两倍，可从采样信号重建原始信号
 - 采样方式：等间距采样
- 压缩感知
 - 基于信号的稀疏特性，在远小于Nyquist 采样率的条件下，用随机采样获取信号的离散样本，然后通过非线性重建算法，完美的重建信号
 - 典型应用场景：核磁共振成像，成像速度提高10+倍
 - 被美国科技评论评为2007年度十大科技进展



压缩感知

- 如果一个信号(x)在某个变换域(Ψ)是稀疏的, 可用一个与变换基不相关的观测矩阵(Φ)将变换所得高维信号投影到一个低维空间(y)上, 然后通过求解一个优化问题(S), 即可从这些少量的投影中(y)以高概率重构出原信号(x)

- 假设 $x \in R^N$ 在字典 Ψ 上是**稀疏**的, 即

$$x = \Psi S, \quad \|S\|_0 = k \ll N$$

表示 x 在 Ψ 上是可压缩的, 它可以被 Ψ 中的 k 个码字向量很好地表达。 Ψ 又称**稀疏矩阵**, S 称稀疏系数。

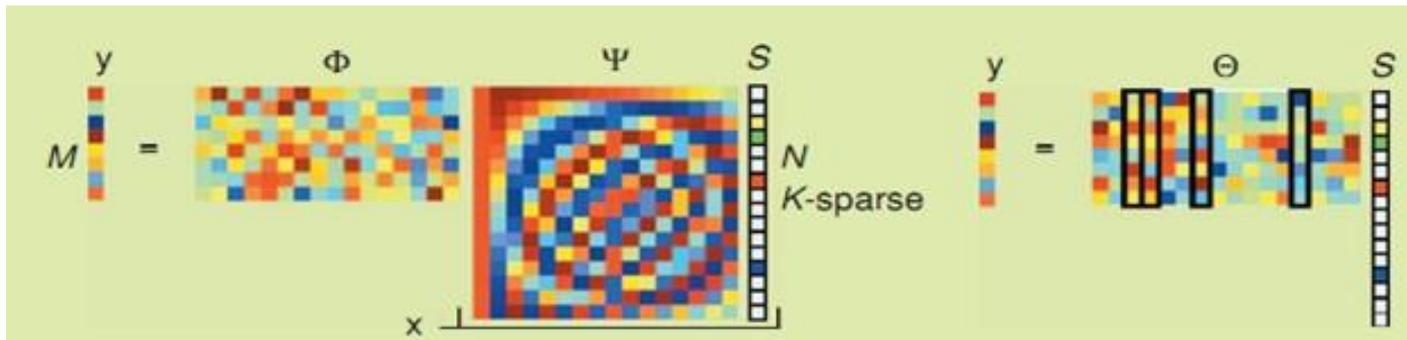
- 假设有一个 $M \times N$ 大小的**观测矩阵** Φ , 此处 $M < N$, 得到的观察数据为 y , 即

$$y = \Phi x = \Phi \Psi S = \Theta S$$

压缩感知

- 当 Θ 满足restricted isometry property (RIP, 有限等距)性质时, x 在字典 Ψ 上的系数 S 可以通过求解以下优化问题得到:

$$S = \arg \min_S \|S\|_1, \quad \text{s.t. } y = \Phi\Psi S$$



- Restricted isometry property (RIP)性质
 - 当 Θ 满足 k 次的RIP性质时, 则对于常数 $\delta_k \in (0, 1)$ 有 $(1 - \delta_k)\|v\|_2^2 \leq \|\Theta v\|_2^2 \leq (1 + \delta_k)\|v\|_2^2$, 对于任意 v , 只要有 $\|v\|_0 \leq k$
 - RIP性质保证原空间到稀疏空间的一一映射关系
- 如果稀疏基和观测基不相关, 则可保证RIP性
 - 独立同分布的高斯随机测量矩阵可成为普适的压缩感知测量矩阵



稀疏表达

- 稀疏表达是在稀疏性的假设下，通过求解优化问题进行信号恢复

P_0	$\min \alpha _0$	$s. t. y = D\alpha$
\downarrow		
P_1	$\min \alpha _1$	$s. t. y = D\alpha$
\downarrow		
$P_{1,\epsilon}$	$\min \alpha _1$	$s. t. y - D\alpha _2^2 \leq \epsilon$
\downarrow		
P	$\min \underbrace{\lambda \alpha _1}_{\text{稀疏正则项}} + \underbrace{\frac{1}{2} y - D\alpha _2^2}_{\text{约束项}}$	



稀疏表达的求解

□ 求解稀疏表达的问题的核心是如何求解

$$\min \lambda |\alpha|_1 + \frac{1}{2} \|y - D\alpha\|_2^2$$

- 1) Gradient Projection Methods
 - 2) Homotopy Methods
 - 3) Iterative Shrinkage-Thresholding Methods
 - 4) Proximal Gradient Methods
 - 5) Alternating Direction Methods
-
- Allen Y. Yang, A. Ganesh, S. Shanka Sastry, Yi Ma “Fast L1 Minimization Algorithms and An Application in Robust Face Recognition: A Review”, ICIP 2010



稀疏表达—图像恢复

- 稀疏表达本质上是一种图像的先验概率模型，结合不同的图像降质模型可以用于图像恢复
- 基本框架

$$\min_{\alpha \in \mathbb{R}^{p \times n}} \frac{1}{2} \|Y - AX\|_2^2 + \lambda \sum_{i=1}^n |\alpha_i|_1 \quad s.t. \quad D\alpha_i = R_i X$$

(Y : 降质图像; X : 待恢复图像)

A 表示降质模型， R_i 表示从图像中抽取一个小块，假设观测数据受高斯干扰。
上式的物理意义是：希望恢复的图像既能在字典上稀疏表达，也符合观测模型

- 去高斯噪声
- 去模糊
- 图像修复
- 超分辨

稀疏表达—图像恢复：去噪

- 对于去除高斯噪声，(1)式中 $A = I$ （单位矩阵）

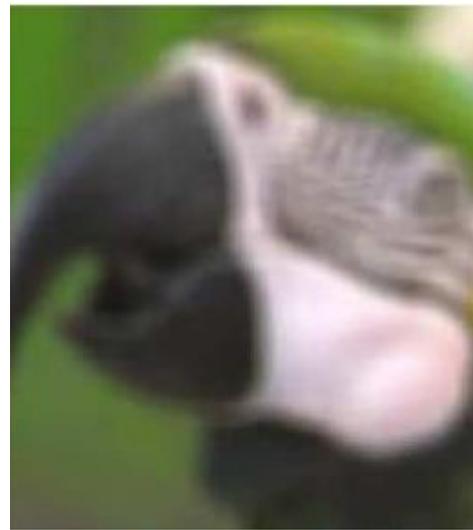


稀疏表达—图像恢复：去模糊

- 此时式(1)中，A是由于卷积作用而产生的矩阵
- 如果是空间不变的卷积核，A为一个循环矩阵
 - 注意：X由矩阵变成了列向量的表达形式



高斯卷积核 $\sigma = 2$



高斯卷积核 $\sigma = \sqrt{2}$

稀疏表达—图像恢复：图像修复

- 此时式(1)中，A是由于模板（mask）而产生的矩阵

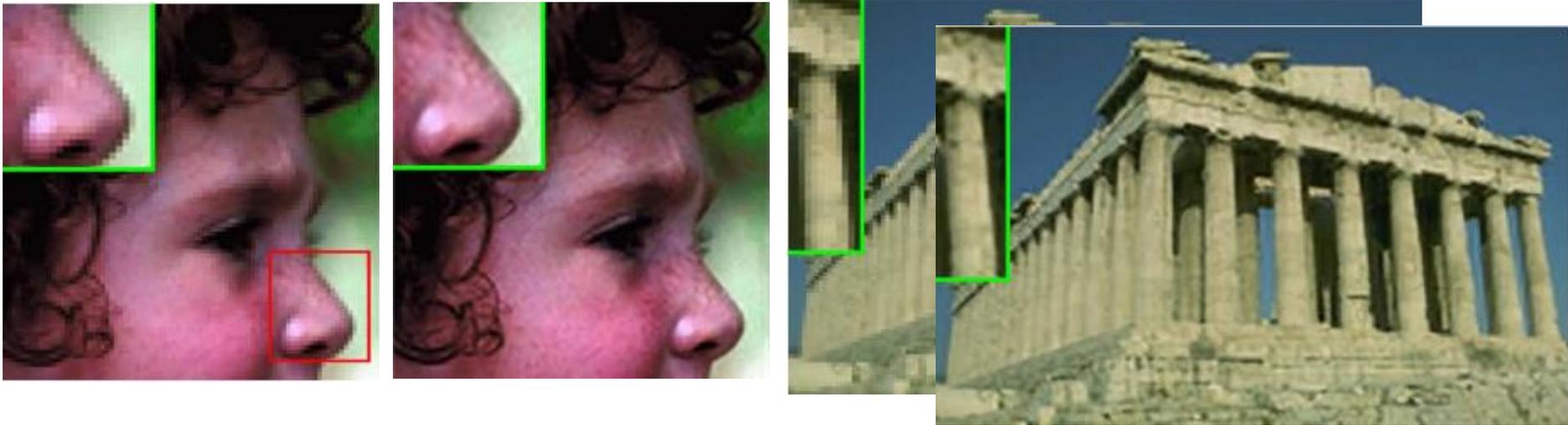


Since 1699, when French explorers landed at the great bend of the Mississippi River and celebrated the first Mardi Gras in North America, New Orleans has brewed a fascinating melange of cultures. It was French, then Spanish, then French again, then sold to the United States. Through all these years, and even into the 1900s, others arrived from everywhere: Acadians (Cajuns), Africans, indige-



稀疏表达—图像恢复：超分辨

- 此时式(1)中，A是先由卷积、然后下采样作用而产生的矩阵



超分辨系数3

- J. Yang, J. Wright, T. S. Huang, Y. Ma, “Image Super-Resolution via Sparse Representation”, IEEE TIP, 19(11), 2010.

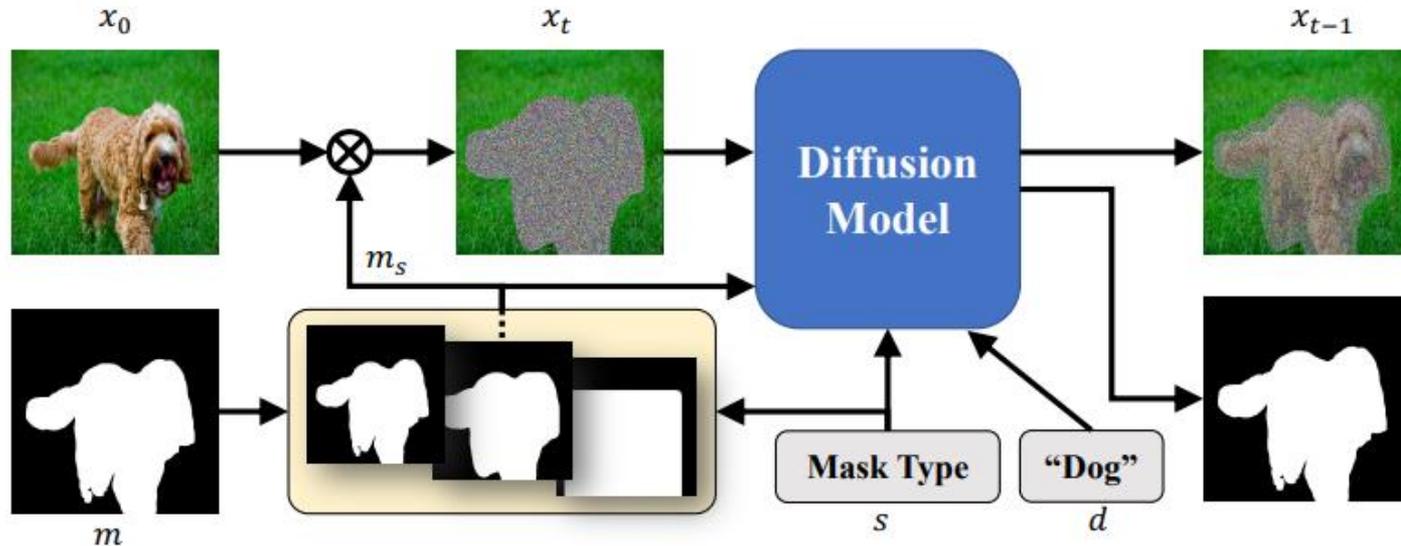


图像恢复

- 图像恢复的背景
- 图像去噪
- 图像去模糊
- 图像的几何校正
- 图像修复
- 基于压缩感知的图像恢复
- 图像恢复新的趋势

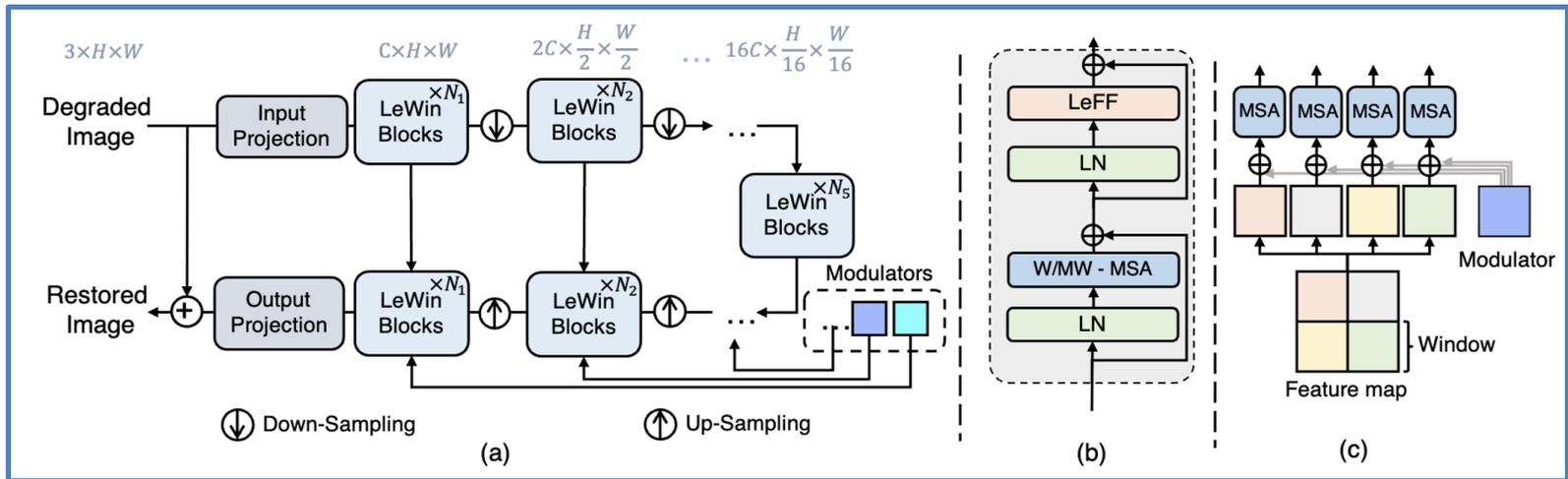
图像修复

- 提出了基于text和shape控制的object inpainting方法
 - 用text控制语义， shape mask控制物体的位置
 - 采用diffusion model作为生成模型



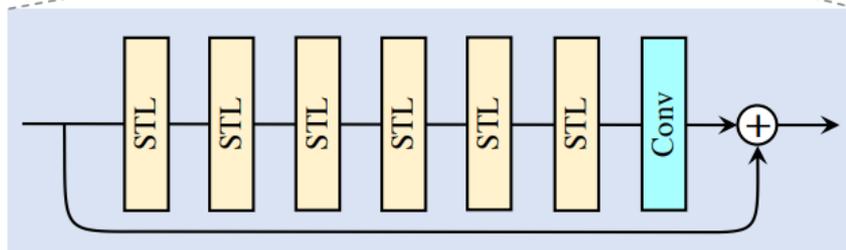
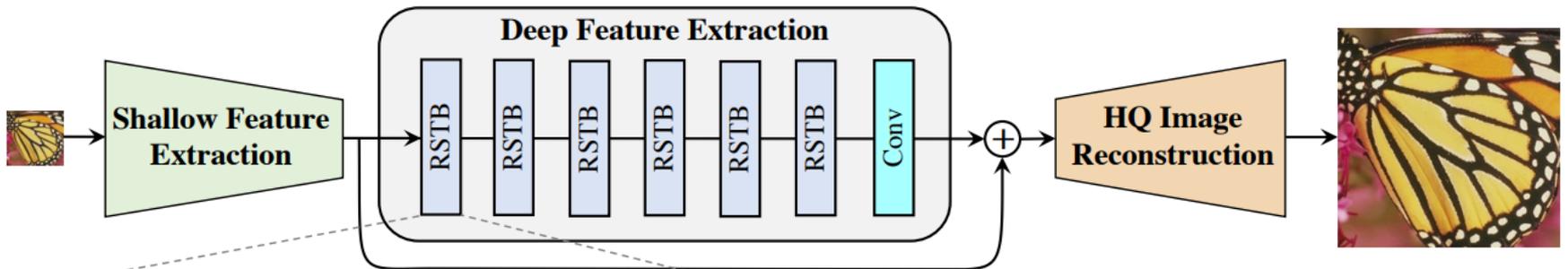
通用图像恢复

- 基于U型Transformer的通用图像恢复网络架构
 - 层级化、U型的网络设计，编码器和解码器之间跳跃连接
 - 局部窗口Transformer和局部增强前馈神经网络，多尺度调制网络

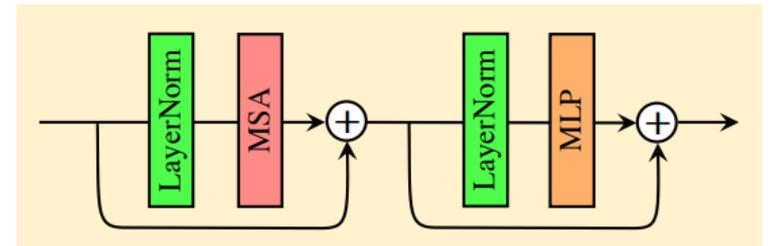


通用图像恢复

- 基于Swin Transformer的通用图像恢复网络架构
 - 以Swin Transformer为基本模块
 - 结合特征提取网络和图像重建网络



(a) Residual Swin Transformer Block (RSTB)



(b) Swin Transformer Layer (STL)